

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Курс лекций «Модели молекулярного и турбулентного переноса.
Полуэмпирические модели турбулентности»
(http://cfд.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/RANS_models)

Лекция 1

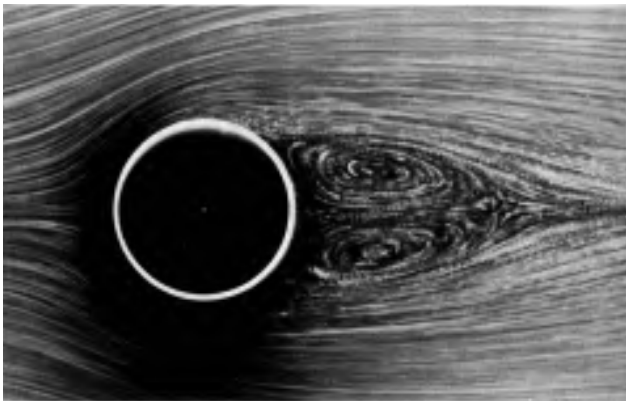
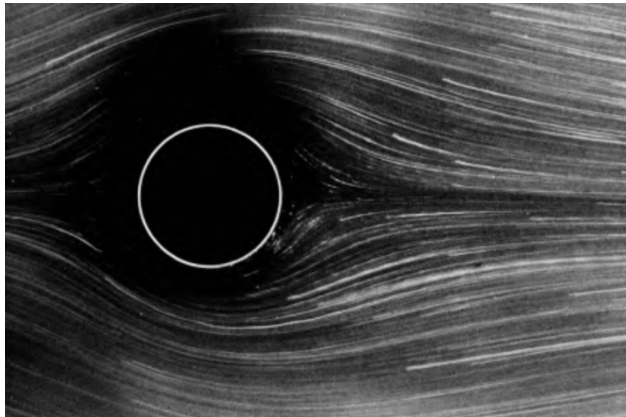
Турбулентность: понятие, характеристики, причины появления

Гарбарук Андрей Викторович (agarbaruk@mail.ru)
2023

Что такое турбулентное течение?

Течения сплошной среды

Стационарные
(не зависят от времени)



Нестационарные



Обтекание круглого цилиндра при
числах Рейнольдса 10, 25 и 140

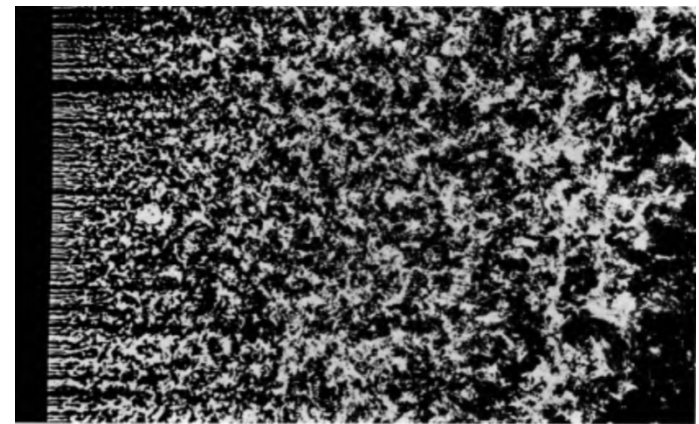
Что такое турбулентное течение?

Нестационарные течения

Упорядоченные
(можно заранее предсказать
параметры потока в любой точке
в любой момент времени)



Неупорядоченные



Волны на поверхности
и течение за решеткой

Что такое турбулентное течение?

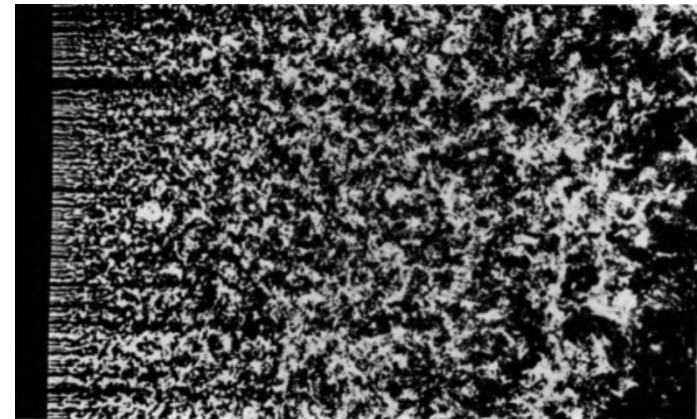
Неупорядоченные течения

Потенциальные
(случайные волновые)

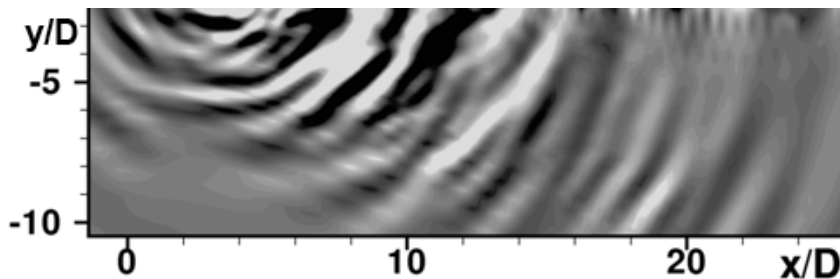


Волны на поверхности

Вязкие, вихревые
(турбулентные)



Течение за решеткой

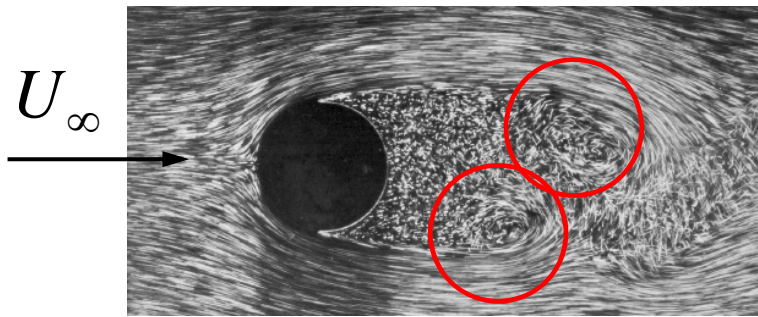


Акустические волны в пространстве

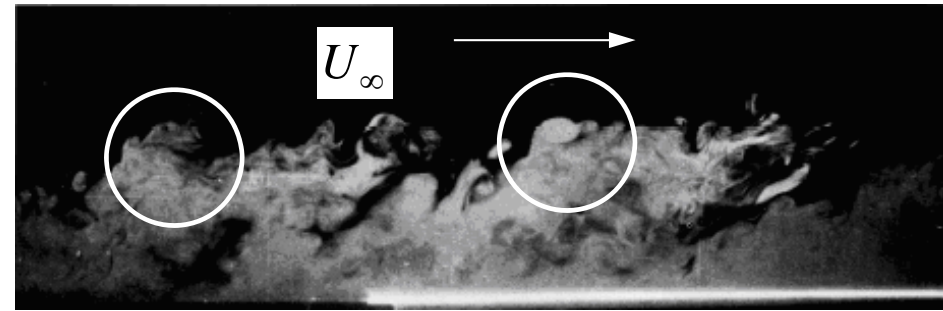


Пограничный слой на выпуклой поверхности

Разнообразие турбулентных течений



Обтекание цилиндра



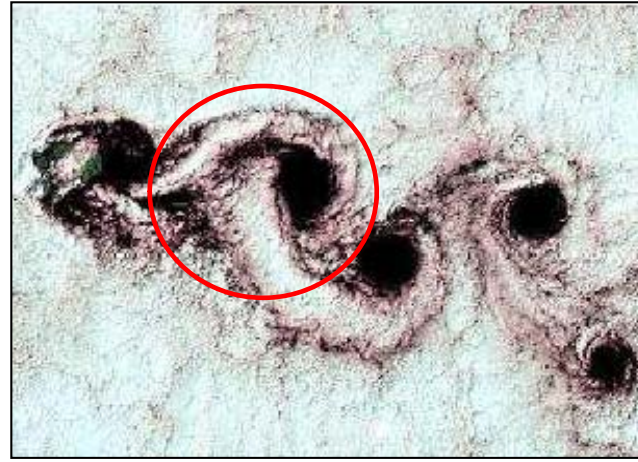
Пограничный слой на плоской стенке



Извержение
вулкана



Затопленная
струя



След за островом в океане



Галактические облака

Все эти турбулентные течения имеют общие свойства

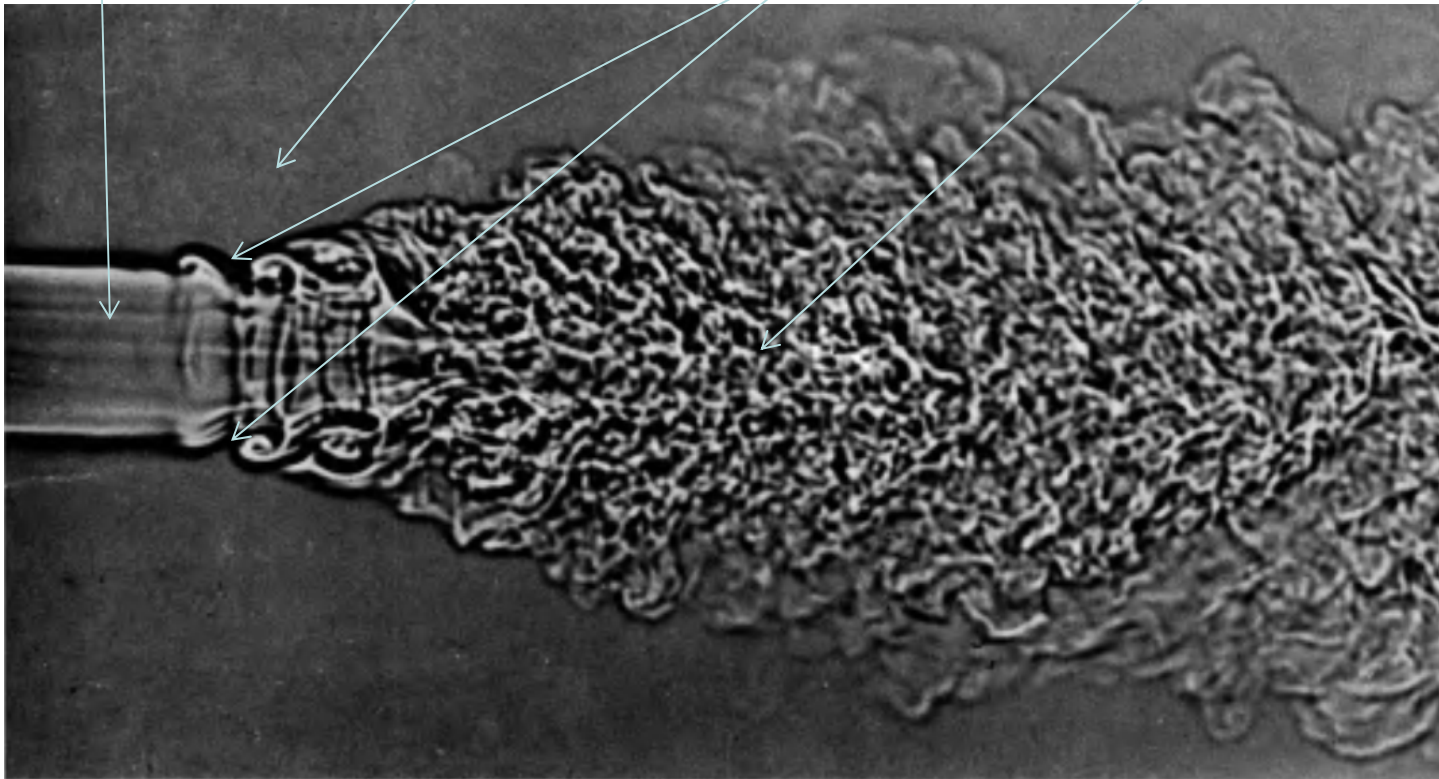
- Трехмерный нестационарный характер
- Наличие в потоке как *крупных (когерентных)*, так и *очень мелких хаотичных структур*

Признаки турбулентных течений

- Нерегулярность
 - Турбулентное течение нерегулярно, случайно и хаотично
- Диффузионность
 - В турбулентном течении диффузия выше чем в ламинарном
- Высокое число Рейнольдса
 - Турбулентность встречается при высоких числах Рейнольдса
- Трехмерность
 - Турбулентность всегда трехмерна
- Диссипативность
 - Энергия наиболее мелких вихрей диссипирует в тепло
- Неразрывность
 - Размер наиболее мелких вихрей намного больше длины свободного пробега
 - ✓ Эти вихри могут быть рассмотрены в рамках механики сплошной среды

Многие течения носят смешанный характер

Потенциальное течение Турбулентное течение
Ламинарное течение Упорядоченные вихри



Течение в круглой затопленной струе

Понятия,
связанные с турбулентностью

Турбулентные вихри

Турбулентность это совокупность **турбулентных вихрей** различного размера

- Начиная с некоторого малого размера вихри диссипируют в тепло под воздействием вязкости. Характерный размер минимальных вихрей определяется колмогоровским масштабом

$$\eta_k = \left(\nu^3 / \varepsilon \right)^{1/4}$$

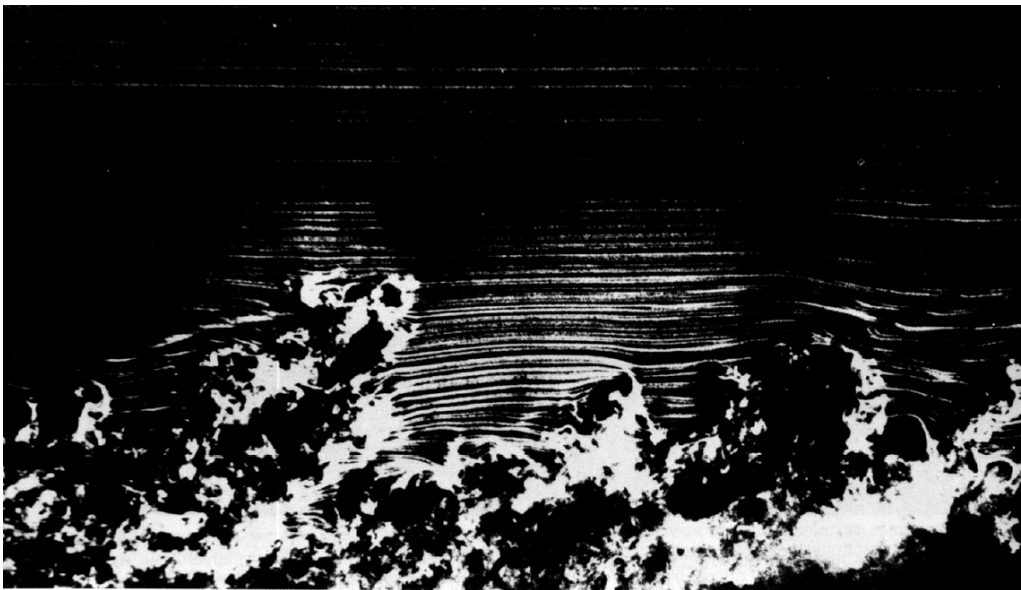
ε – местная скорость диссипации на единицу массы
 ν – кинематическая вязкость.

- Максимальный размер турбулентных вихрей, существующих в потоке, имеет порядок характерного линейного масштаба течения
 - Когерентные структуры

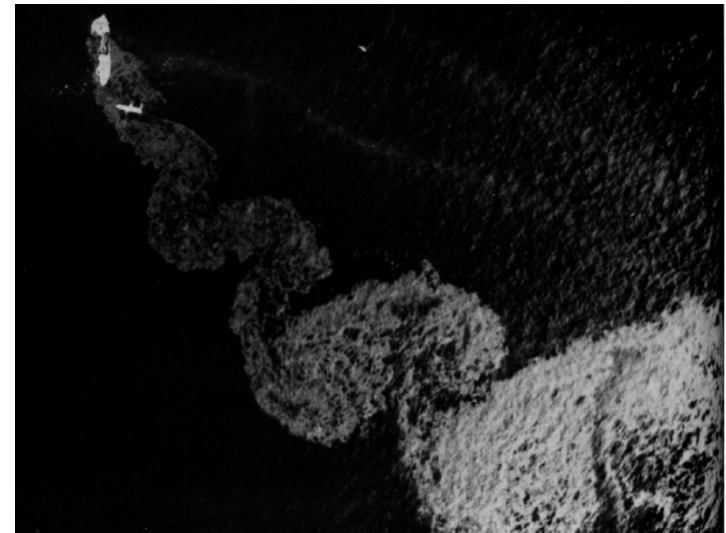


Турбулентные вихри

- Каждый вихрь характеризуется «размером» и «временем жизни», которые не могут быть определены точно.
- Вихри, которые переносят наибольшее количество энергии называются «энергонесущими»
 - Понятиями «характерный размер» и «характерное время жизни» вихрей обычно характеризуют средний размер и среднее время жизни «энергонесущих» вихрей
 - ✓ Линейный масштаб турбулентности (теория Прандтля)



Вихри в турбулентном пограничном слое

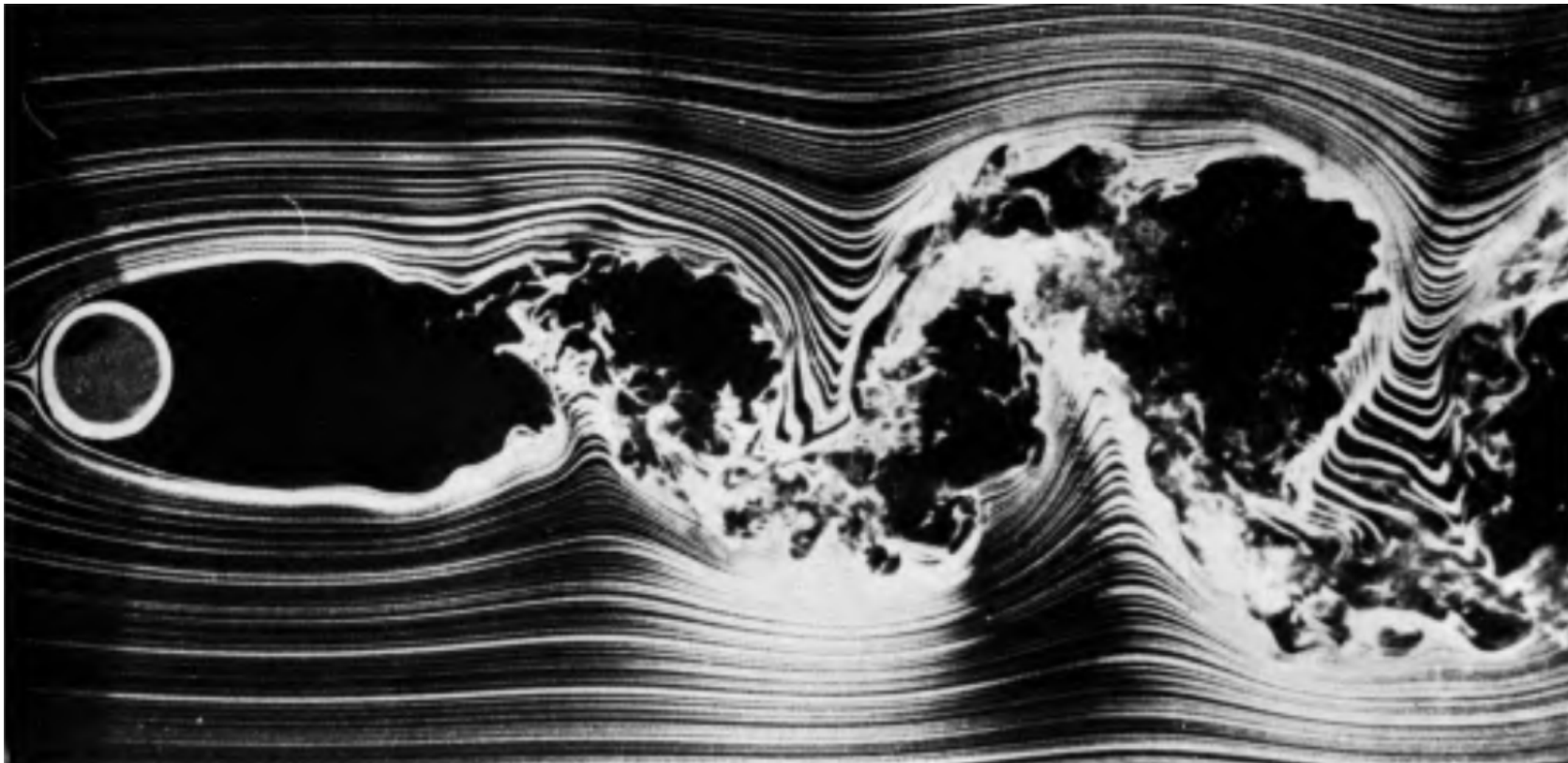


Вихри в следе
за плохо обтекаемым телом

Когерентные структуры

Турбулентность возникает на фоне упорядоченного движения (дорожка Кармана)

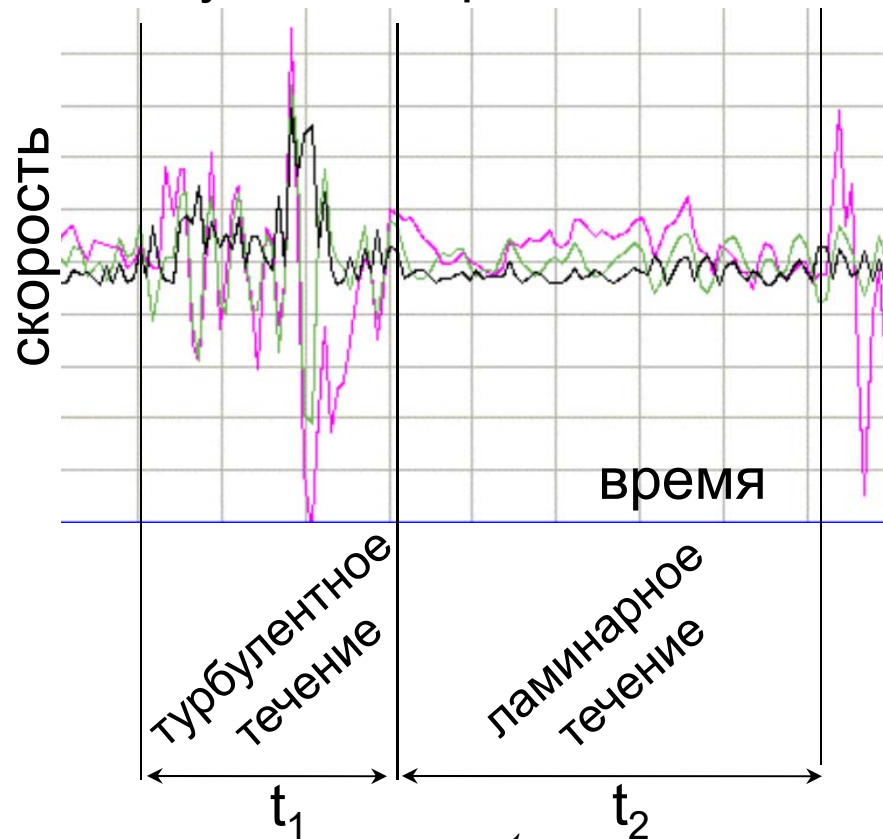
- Крупные, относительно упорядоченные структуры называются **когерентными**
 - Характерны для большинства турбулентных течений



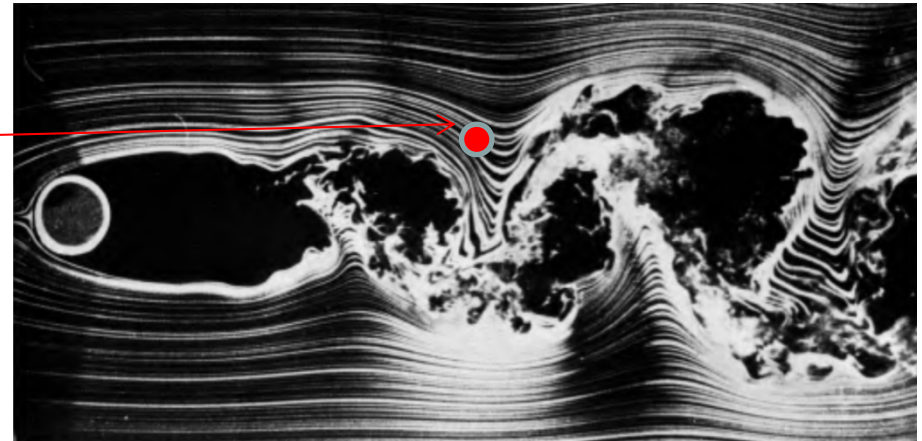
Обтекание круглого цилиндра при числе Рейнольдса 10^4

Переमेжаемость

Если провести измерения в точке потока за цилиндром то получится примерно следующая картина



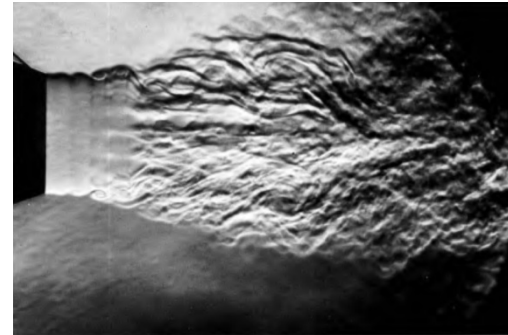
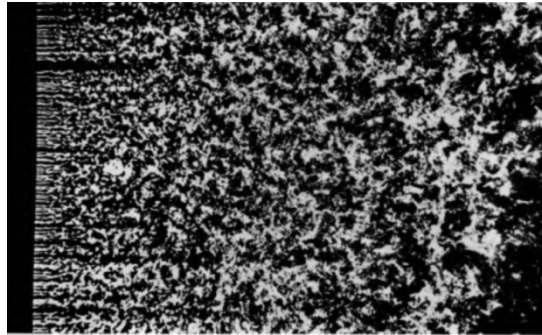
Величина $\gamma = \frac{t_1}{t_1 + t_2}$ называется коэффициентом перемежаемости



Явление чередования ламинарной и турбулентной форм движения называется перемежаемостью

Понятие средней величины и пульсации

- Турбулентные структуры существуют на фоне «основного» движения
 - Например, однородного потока или струи



- Это «основное» движение можно выделить путем осреднения
 - Поэтому его обычно называют осредненным движением
- Определение осредненного движения зависит от выбранного **способа осреднения:**

по времени

по пространству

по ансамблю

по фазе

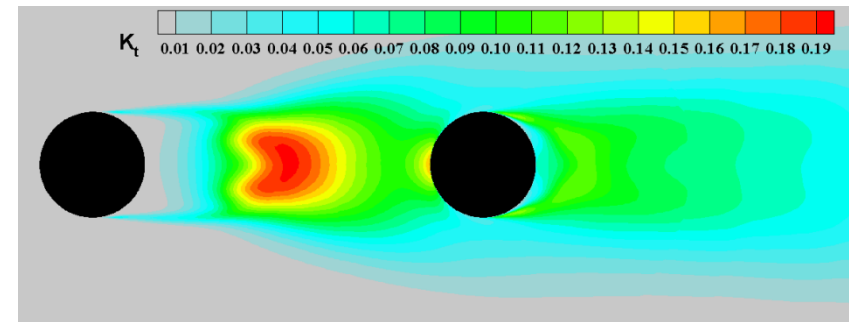
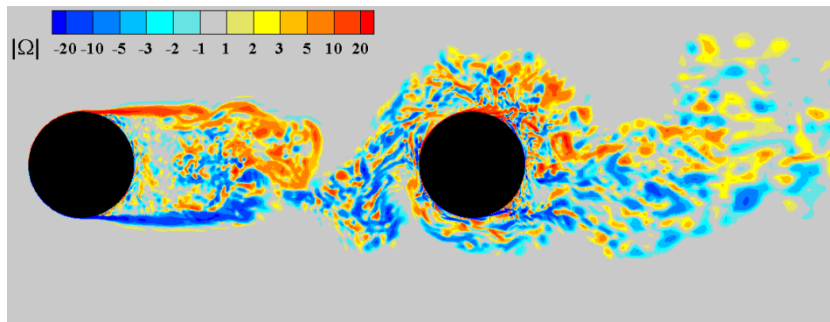
- Таким образом турбулентное течение можно разделить осредненную (детерминированную) и пульсационную составляющие

$$u \cong \bar{u} + u'$$

- Турбулентные течения, у которых осредненная составляющая не зависит от времени, называют стационарными

Оценка интенсивности турбулентности

- Для оценки интенсивности пульсаций используют дисперсию $\overline{u'^2}$
- Важными понятиями, используемыми на практике являются
 - кинетическая энергия турбулентности
$$K_t = \frac{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}}{2}$$
 - и степень турбулентности потока
$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{\bar{u}}$$



Мгновенная картина завихренности при обтекании тандема цилиндров

и кинетическая энергия турбулентности

- Завихренность $|\Omega| = \sqrt{\text{rot}(\vec{V}) \cdot \text{rot}(\vec{V})}$ часто используется для визуализации турбулентных течений

Линейный масштаб турбулентности

- Прандтль, основываясь на аналогии молекулярного и турбулентного переноса, ввел понятие “mixing length” l_{mix} (путь смешения или путь перемешивания)
 - Расстояние, которое «турбулентный вихрь» пролетает, не теряя своей идентичности
 - ✓ Аналог длины свободного пробега молекул
- Со временем понятие «путь смешения» было вытеснено понятием «линейный масштаб турбулентности»
 - Размер наиболее типичного (среднего) вихря – «энергонесущего»

Одномерный энергетический спектр

- Пульсации в точке можно разложить в ряд Фурье

$$u'(t) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \cos(2\pi f_k t) + b_k \cdot \sin(2\pi f_k t)]$$

где $T = t_1 - t_2$ – используемый временной промежуток,
 $f_k = k/T$ – адресуемый набор частот.

- Коэффициенты ряда Фурье определяются как

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} u'(\tau) \cdot \cos(2\pi f_k \cdot \tau) \cdot d\tau, \quad b_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} u'(\tau) \cdot \sin(2\pi f_k \cdot \tau) \cdot d\tau$$

- Амплитуда $B_k = B(f_k) = 2\sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ неудобна при рассмотрении сплошных спектров.

➤ Зависит от используемого временного промежутка T

- Более удобной величиной является спектральная плотность (одномерный энергетический спектр) $E_1(f_k) = \frac{T}{2} (B(f_k))^2$

➤ Интеграл равен дисперсии (среднему квадрату $\overline{u'^2} = \int_0^{\infty} E_1(f) \cdot df$ пульсаций - удвоенной кинетической энергии)

➤ Можно определить энергию, приходящуюся на интервал частот $[f_1, f_2]$ $E[f_1, f_2] = \frac{1}{2} \int_{f_1}^{f_2} E_1(f) \cdot df$

Трёхмерный энергетический спектр

Аналогично можно определить пространственный одномерный спектр

$$u'(x) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cdot \cos(2\pi\lambda_k x) + b_k \cdot \sin(2\pi\lambda_k x)], \quad L = x_2 - x_1, \quad \lambda_k = \frac{k}{L} \text{ - волновое число}$$

$$E_1(f_k) = \frac{T}{2} \left(2\sqrt{a_k^2 + b_k^2} \right)^2 \quad \overline{u'^2} = \int_0^{\infty} E_1(\lambda) \cdot d\lambda \quad E[\lambda_1, \lambda_2] = \frac{1}{2} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_1(\lambda) \cdot d\lambda$$

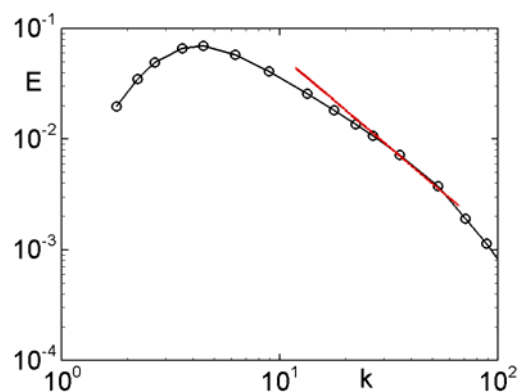
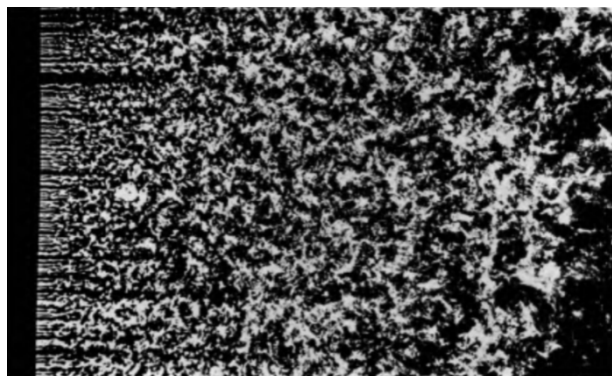
На практике обычно используют пространственный **трехмерный энергетический спектр** $E(k)$, k – волновое число

- Для его вычисления необходимо трехмерное преобразование Фурье
- Интеграл равен кинетической энергии турбулентности $K_t = \int_0^{\infty} E(k) \cdot dk$
- Можно определить долю энергии турбулентных вихрей заданного

размера $[l_1, l_2]$ $K_t[l_1, l_2] = \int_{k_2}^{k_1} E(k) \cdot dk, \quad k_1 = \frac{1}{l_1}, \quad k_2 = \frac{1}{l_2}$

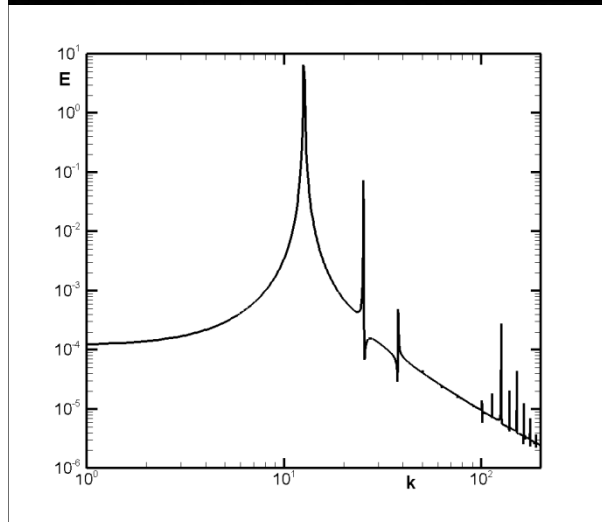
Типы энергетических спектров

Сплошной



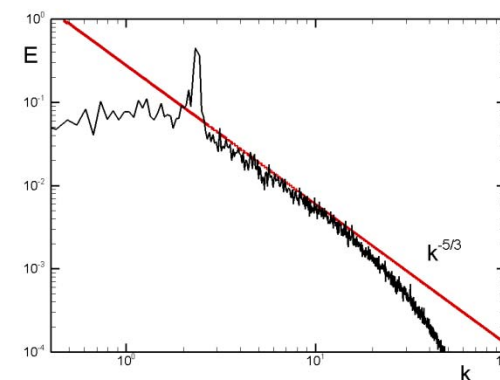
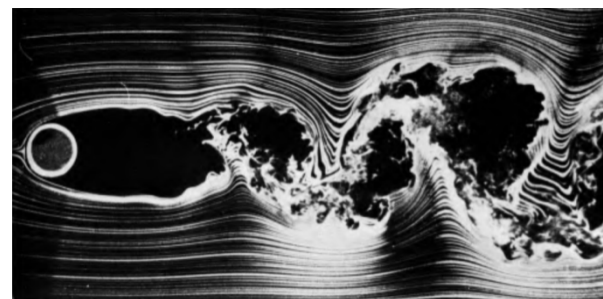
вырождение
однородной
изотропной
турбулентности

Линейчатый



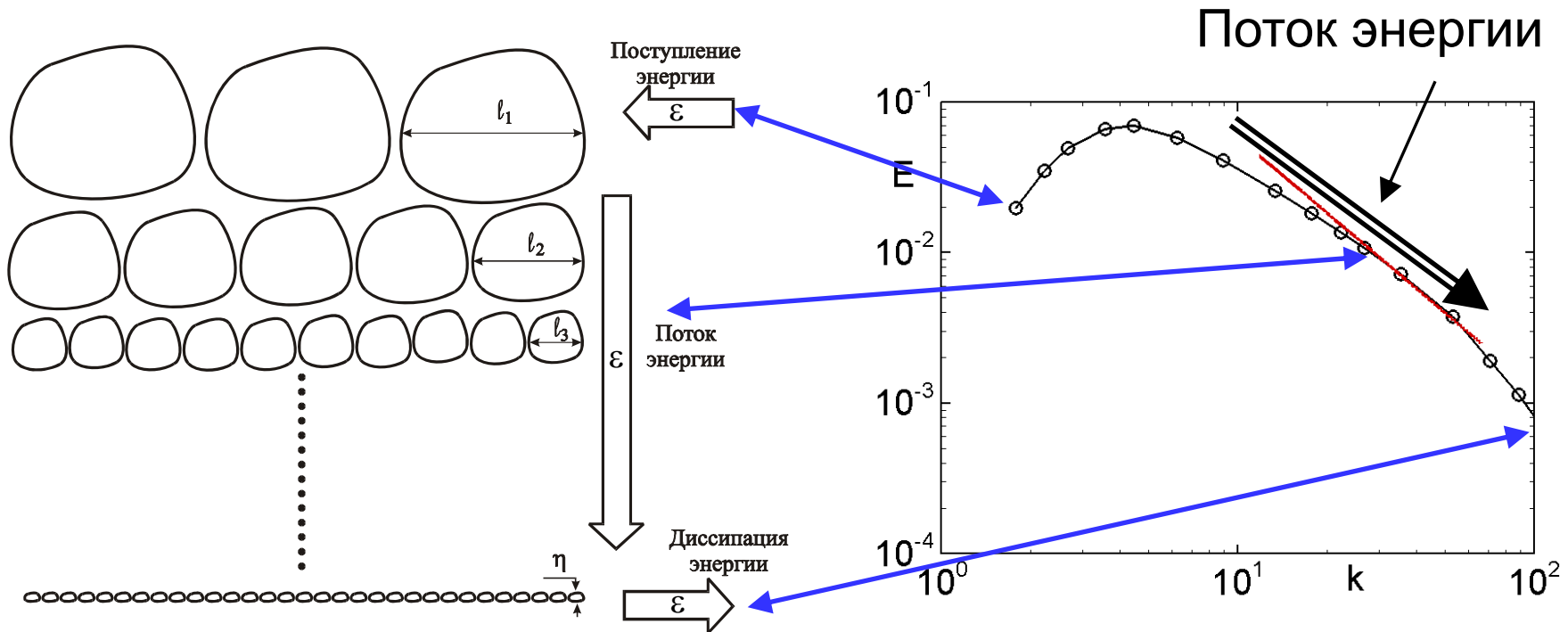
ламинарное
обтекание
цилиндра

Смешанный



турбулентное
обтекание
цилиндра

Каскадный перенос энергии

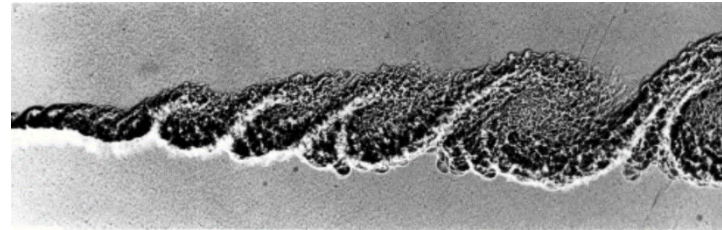


- Энергия поступает от осредненного потока к наиболее крупным вихрям
- Последовательно передается все более и более мелким вихрям (“каскадный перенос”)
- Наиболее мелкие (колмогоровские) вихри диссипируют и передают энергию тепловому движению

«Двумерные» вихри

- В некоторых случаях в течении появляются упорядоченные двумерные вихри (часто называемые «когерентные структуры»)

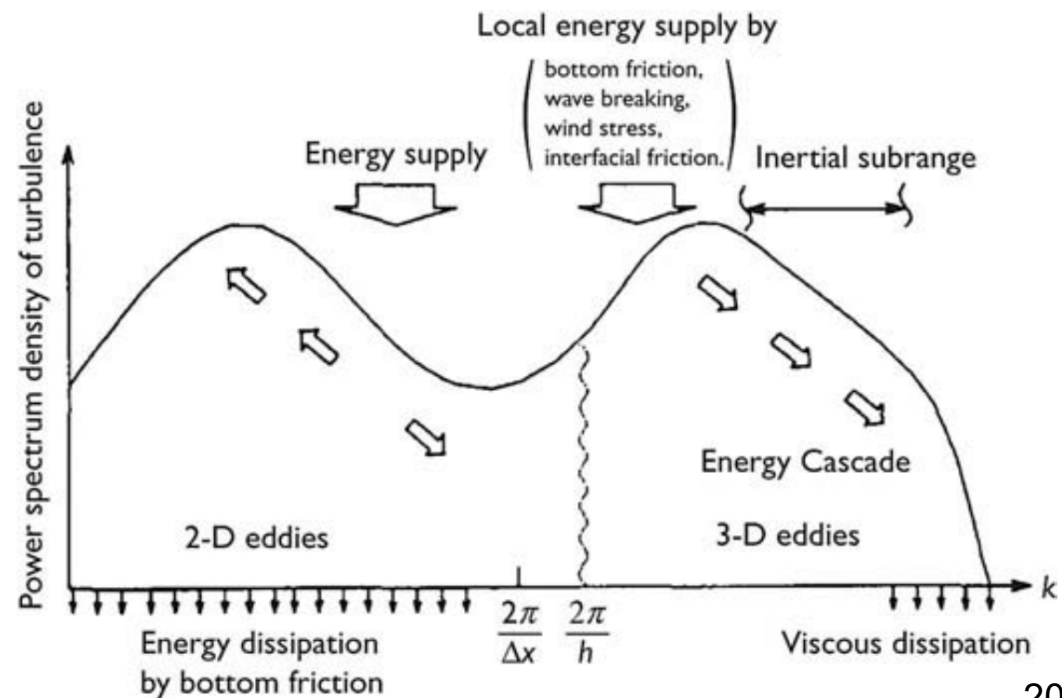
- Дорожка Кармана
- Сворачивание слоя смешения →
- ...



- Для этих вихрей характерны другие законы развития

- Не «каскадный перенос энергии»!

- ✓ Часто энергия передается от мелких вихрей к крупным – «vortex pairing»



Различие между ламинарным и турбулентным потоками

В турбулентном потоке имеют место хаотические флуктуации (пульсации) основных газодинамических переменных: давления, температуры, плотности, скорости и т.д.



Пульсации (в первую очередь скорости) обеспечивают дополнительный перенос импульса, энергии и т.д.

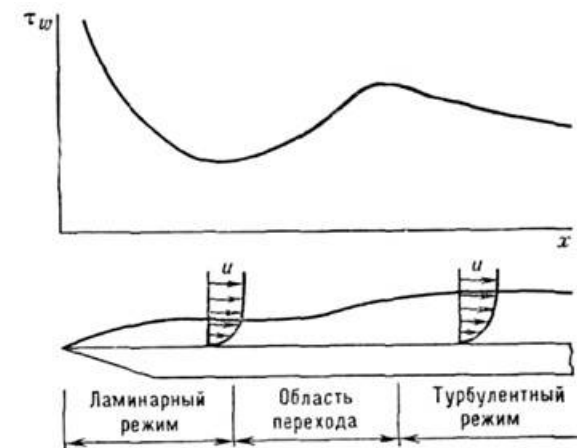
- Этот перенос намного превосходит молекулярный перенос



Происходит существенное изменение всех основных характеристик течения



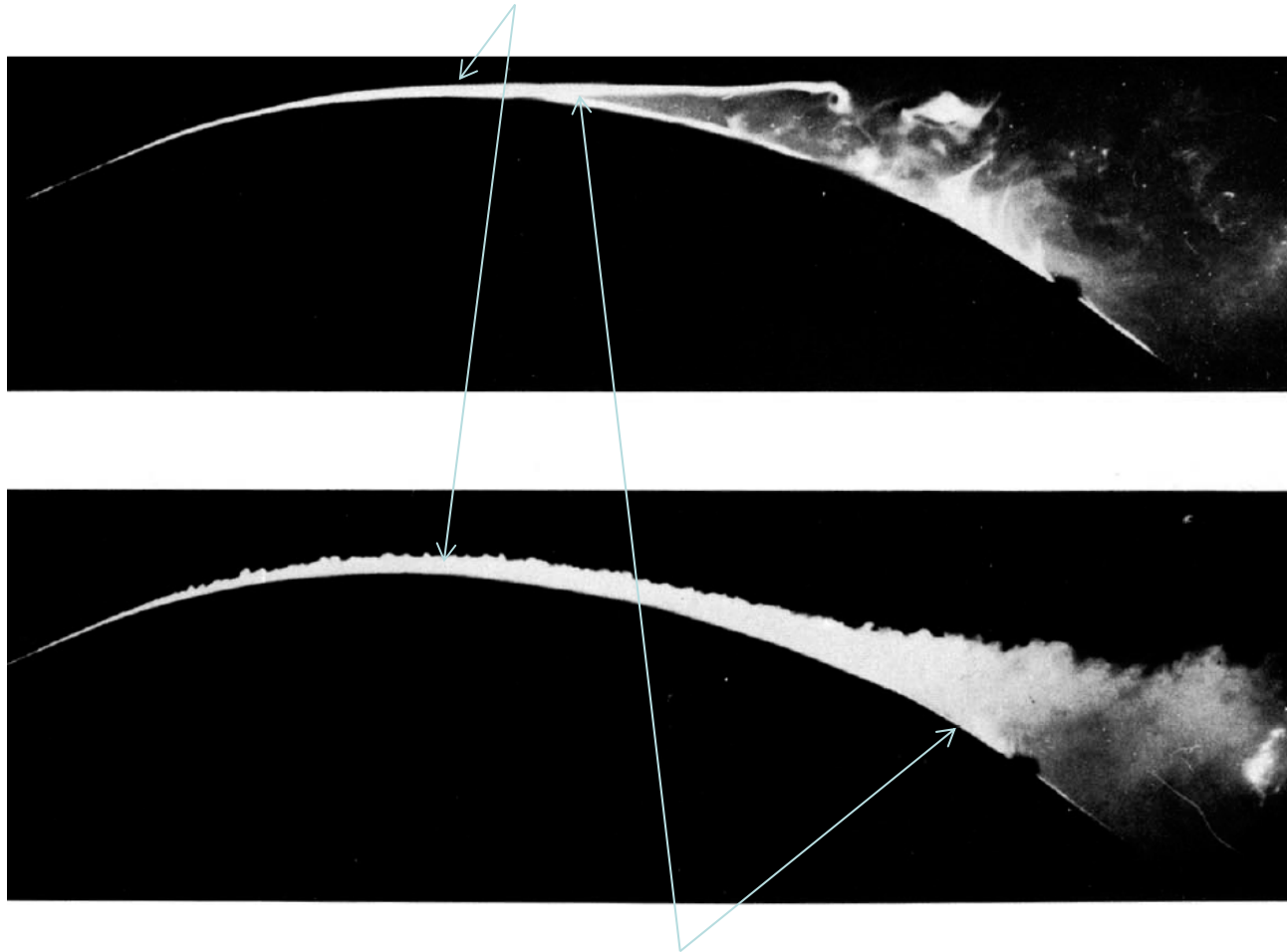
При расчете нельзя игнорировать влияние турбулентности



Напряжение трения на стенке в пограничном слое

Сравнение ламинарного и турбулентного пограничных слоев

- Турбулентный пограничный слой толще



- Ламинарный пограничный слой раньше отрывается

Необходимость создания надежных методов расчета турбулентных течений

- Большинство течений, с которыми приходится иметь дело при решении практических задач, являются турбулентными (числа Рейнольдса достаточно высоки)
- Высокие требования к точности расчета
 - внешняя аэродинамика (самолет и его элементы)
 - турбомашиностроение (турбинные лопатки)
 - кораблестроение (судно, винт)
 - автомобилестроение

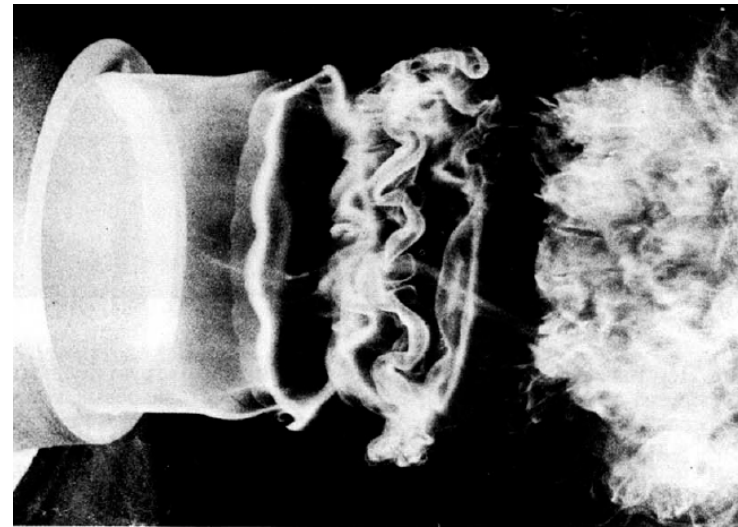
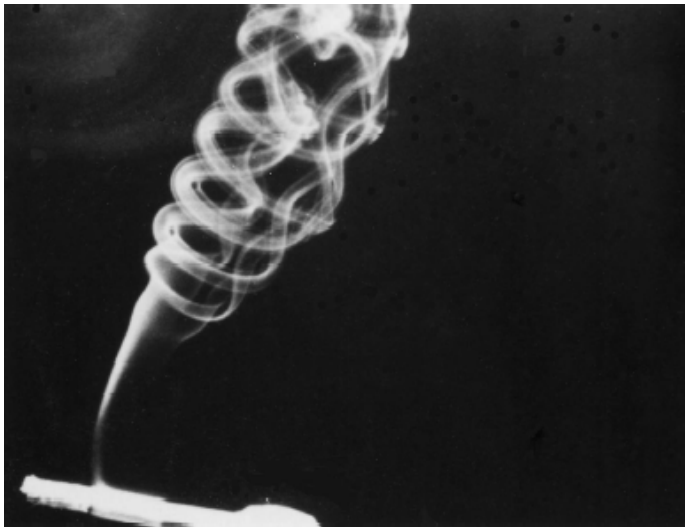


Необходимы надежные методы расчета турбулентных течений

Появление турбулентности

Когда происходит переход к турбулентности

При значениях числа Рейнольдса $Re=UL/\nu$, превышающих некоторое критическое значение, упорядоченное стационарное движение газов и жидкостей (*ламинарное движение*) теряет устойчивость и становится *турбулентным*



- Критические значения чисел Рейнольдса различны для разных течений, но не очень велики, так что подавляющее большинство реальных течений в природе и технике являются турбулентными

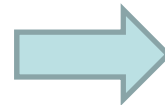
Почему возникает турбулентность?

- Число Рейнольдса характеризует соотношение сил инерции (конвекции) и вязкости в рассматриваемом течении.
- Конвекция дестабилизирует течение, а вязкие силы – стабилизируют.
 - Объемные силы также могут стабилизировать или дестабилизировать течение
 - ✓ Температурная стратификация
 - ✓ Центробежная и Кориолисова силы

Увеличение числа Рейнольдса (превышение $Re_{кр}$)



Потеря устойчивости



Развитие пульсаций



Переход к развитому турбулентному режиму течения

Потеря устойчивости

Потеря устойчивости потока зависит как от типа течения, так и от множества других факторов



Не существует «универсального» числа Рейнольдса перехода

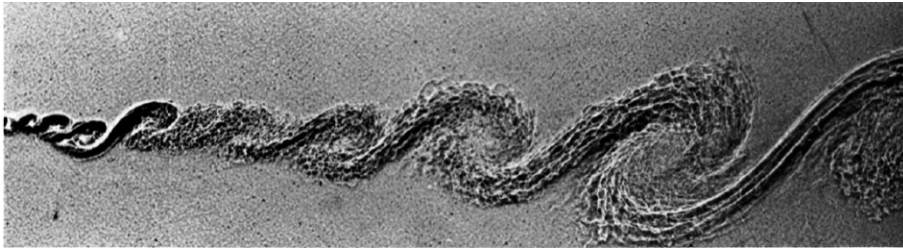


- Отрицательный градиент давления (ускоряющийся поток)
- Положительный градиент давления (замедляющийся поток)

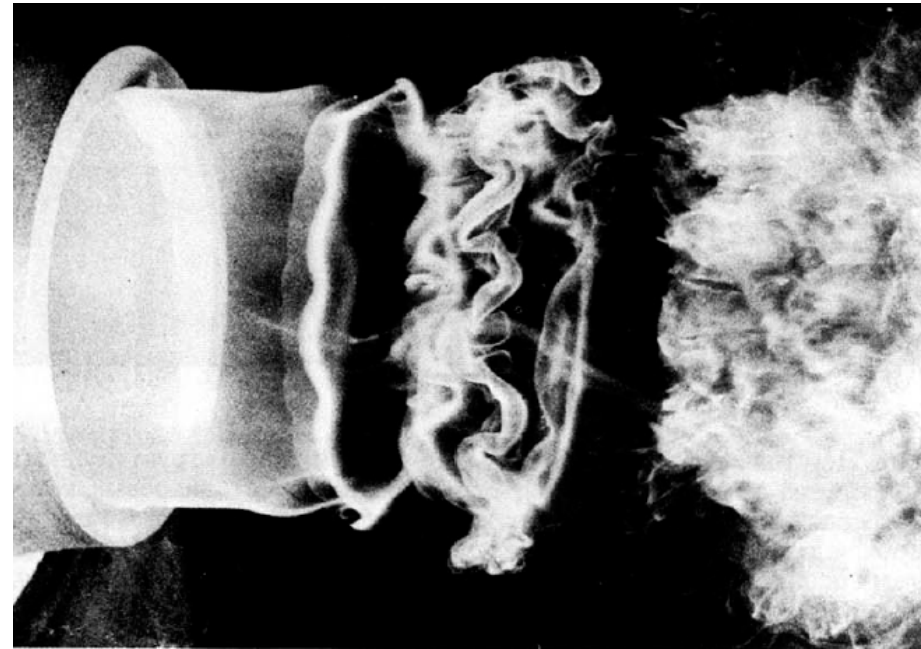
Влияние градиента давления на переход к турбулентности в пограничном слое

Вопросами определения границ устойчивости занимается теория устойчивости

Сценарий возникновения турбулентности в свободных течениях



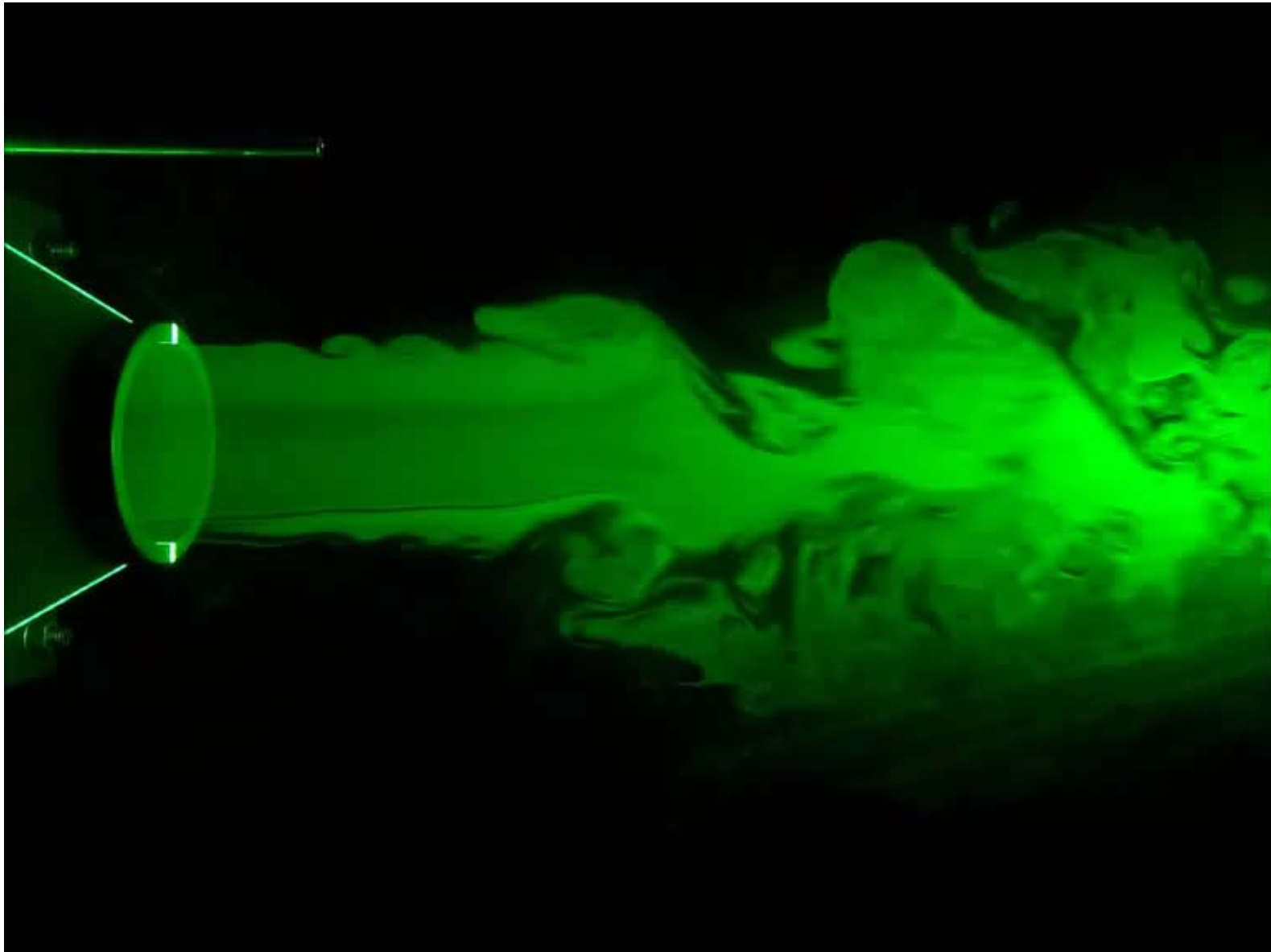
Турбулизация слоя смешения



Турбулизация круглой струи

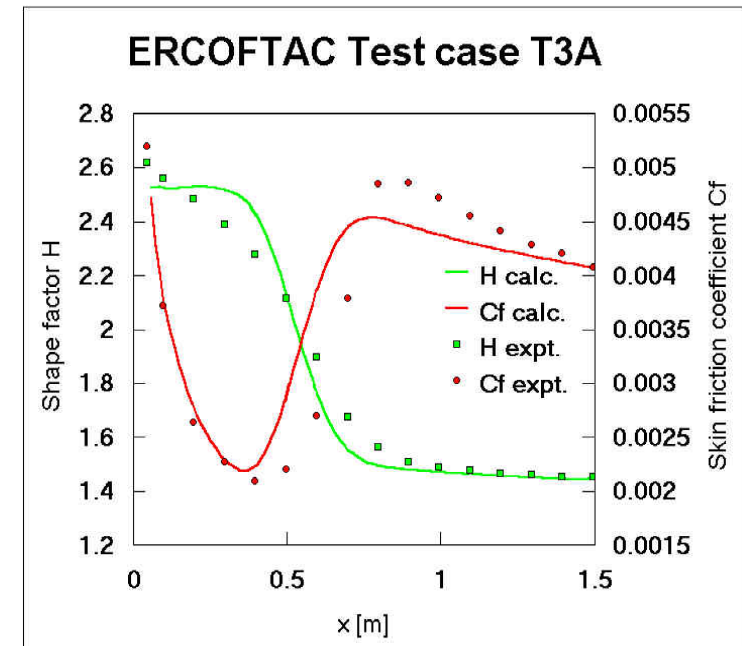
Появление систем упорядоченных движений, которые на определенном этапе турбулизуются

Переход в струе



Переход к турбулентности в пограничном слое

- Толщина пограничного слоя растет вниз по потоку
 - Рост числа Рейнольдса
 - ✓ Ламинарно-турбулентный переход
- В зависимости от уровня турбулентности внешнего потока переход к турбулентности на плоской пластине происходит при
 - $Re_\theta = 320 \div 1000$
 - $Re_x = 5 \cdot 10^5 \div 3 \cdot 10^6$
- Происходит перестройка течения
 - Профиль скорости меняется
 - ✓ от профиля Блазиуса к турбулентному профилю
 - Коэффициент трения резко возрастает в несколько раз (около 5)
 - Формпараметр H падает
 - ✓ от 2.6 до $\sim 1.4-1.5$.
 - Меняется зависимость толщины пограничного слоя от x
 - ✓ От $\sim x^{1/2}$ в ламинарном слое к $\sim x$ в турбулентном



Сценарии перехода в пограничном слое

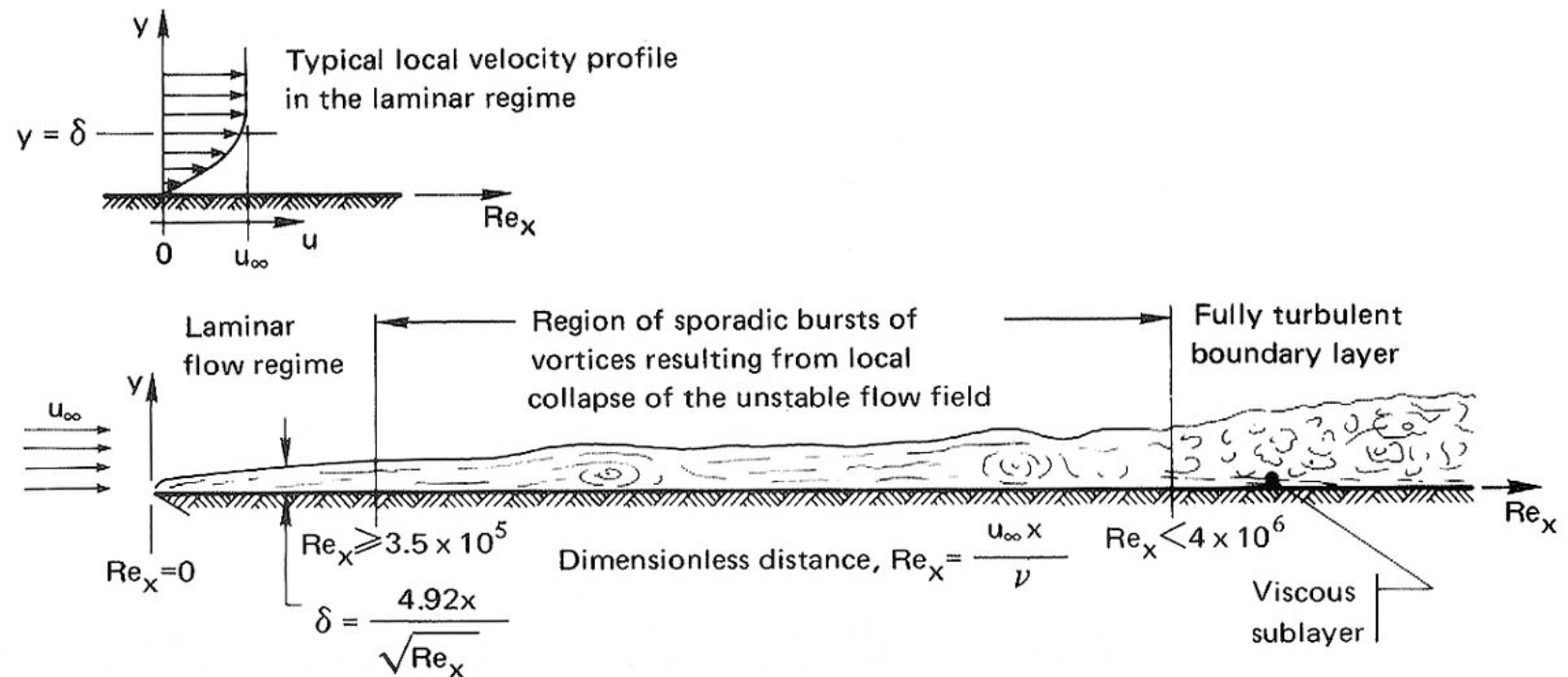
- Естественный переход (natural transition)
 - Наблюдается при малой степени турбулентности внешнего потока ($<0.5\%$)
 - Характерен для задач внешней аэродинамики
- Вынужденный переход
 - Происходит при высокой степени турбулентности внешнего потока ($>0.5\%$)
 - Характерен для задач внутренней аэродинамики
 - Часто называется байпасным переходом (bypass transition), поскольку при нем отсутствует («обходится» - bypass) участок линейной неустойчивости, на котором развиваются волны Толлмина-Шлихтинга
- Отрывной переход (separated-induced transition, bubble transition)
 - Неблагоприятный градиент давления приводит к отрыву ламинарного пограничного слоя, который быстро турбулизуется и присоединяется
 - Часто встречается при обтекании крыловых профилей
- Неустойчивость поперечного течения (cross-flow instability)
 - Профиль скорости поперечного течения имеет перегиб, что приводит к неустойчивости
 - Встречается при решении существенно трехмерных задач

Определение положения перехода в ПС

- Положение перехода определяется тем, какой из механизмов перехода (естественный, байпасный или пузырьковый) первым обеспечит достаточный уровень пульсаций в ПС
 - Для предсказания естественного перехода эффективны методы на основе линейной теории устойчивости (метод e^n , Drila)
 - Байпасный переход хорошо предсказывается при помощи эмпирических корреляций (зависимость положения перехода от уровня турбулентности потока и градиента давления)
 - Все эти подходы непригодны для современных CFD кодов
- Модели перехода
 - Базируются на локальных критериях
 - Можно выделить 3 семейства моделей, которые опираются на
 - ✓ Результаты линейной теории устойчивости (Corder)
 - Естественный переход
 - ✓ Анализ состояния ламинарного пограничного слоя при наличии возмущений (Walters, Kubacki&Dick)
 - Вынужденный переход
 - ✓ Эмпирические корреляционные функции (Menter и др.)
 - Наиболее универсальны

Переходный участок

- Процесс развития возмущений в пограничном слое и дальнейшая перестройка профиля происходят не моментально
 - Переходный участок
- Расчет переходного участка пограничного слоя крайне сложная задача
 - Существенно для задач, в которых переходный участок занимает заметную часть течения



Переходный участок в турбулентном пограничном слое

Резюме

- Большинство практических задач полностью или частично являются турбулентными, для достижения высокой точности при их расчете требуется высокая точность моделирования турбулентности
- Турбулентность – сложное явление и для его описания используются различные понятия и подходы
- Турбулентность можно рассматривать как совокупность вихрей различного размера, от колмогоровского масштаба до когерентных структур
 - Процесс передачи энергии от крупных вихрей к мелким играет фундаментальную роль и называется каскадный перенос энергии
- Причиной возникновения турбулентности в потоке является неустойчивость течения
 - Чем выше число Рейнольдса, тем менее устойчиво течение и тем более вероятен переход к турбулентности