

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Физико-механический институт
Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики

Курс лекций «Модели молекулярного и турбулентного переноса.
Полуэмпирические модели турбулентности»
(http://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/lecture/RANS_models)

Лекция 12

Поправки на кривизну линий тока и вращение потока

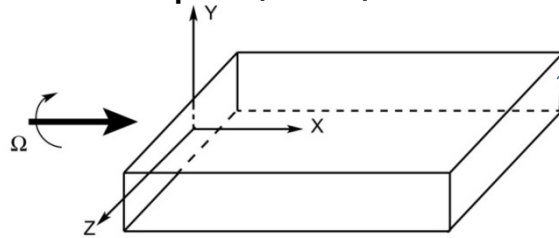
Гарбарук Андрей Викторович (agarbaruk@mail.ru)
2023

Влияние вращения потока

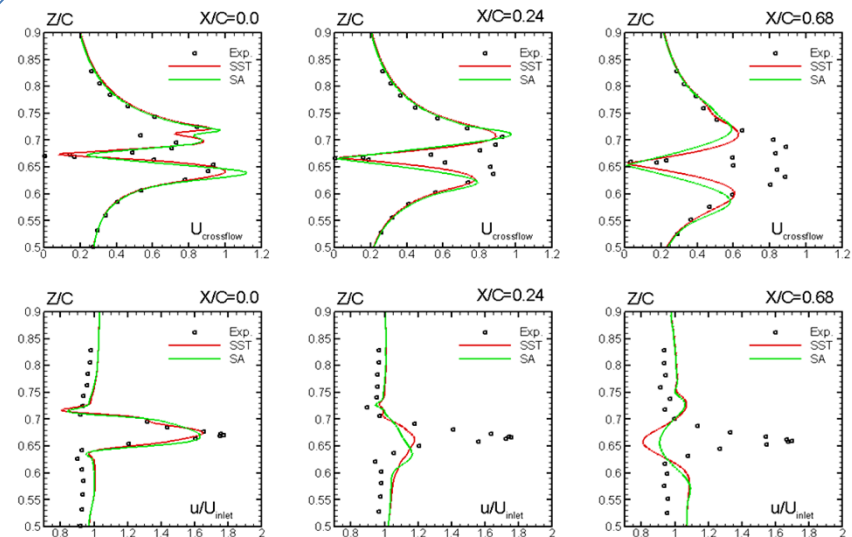
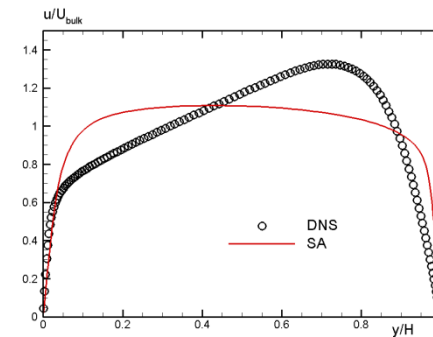
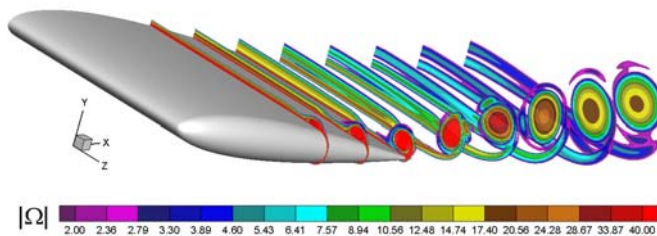
Вращение потока может приводить как к усилению, так и к подавлению турбулентных пульсаций.

- В некоторых случаях происходит дестабилизация, а в некоторых – стабилизация течения
 - Оба эффекта существенно влияют на характеристики турбулентности
- Даже лучшие модели турбулентности не в состоянии предсказать эти эффекты без введения специальных поправок

➤ Течение во вращающемся канале



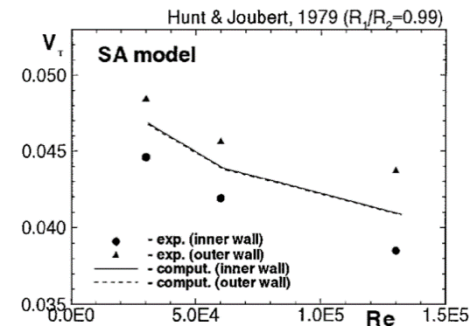
➤ Концевой вихрь



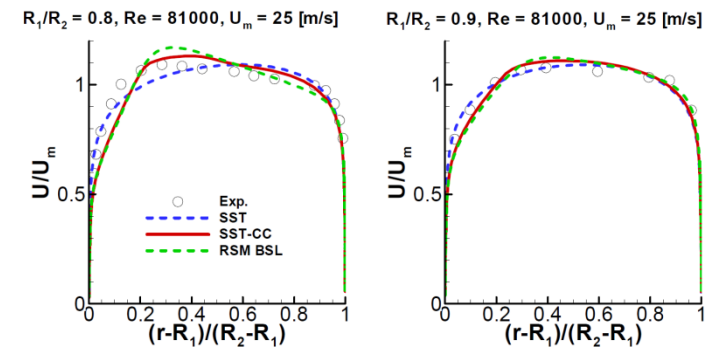
В обоих случаях профили скорости предсказываются неверно

Эффекты кривизны линий тока

- Течение в криволинейном канале
 - Относительная кривизна канала 1% приводит к 10% различию в трении
 - ✓ Это невозможно объяснить только “искривленностью” среднего течения
 - ✓ Модели турбулентной вязкости не описывают эти эффекты

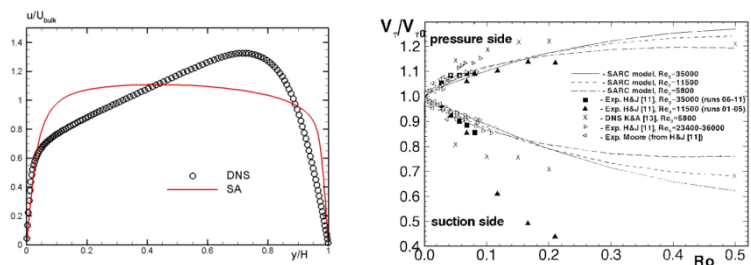


- Причина – влияние кривизны линий тока на турбулентность
 - На выпуклой стенке кривизна оказывает стабилизирующее воздействие, а на вогнутой – дестабилизирующее



Криволинейный канал

- Течения в криволинейном и вращающемся каналах имеют много общих черт
 - Асимметрия профиля скорости
 - Различие в трении на двух стенках



Вращающийся канал

- Влияние вращения системы координат и кривизны линий тока имеют одинаковую природу и приводят к аналогичным результатам

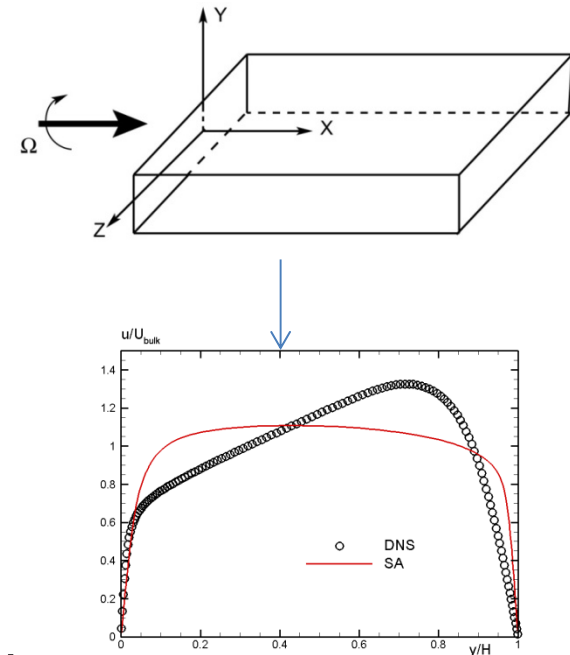
Аналогия между вращением и кривизной

Вращение потока приводит к искривлению линий тока, а искривленные линии тока создают локальную закрутку потока

Например:

Рассмотрим установившееся течение во вращающемся канале

- В системе координат, вращающейся вместе с каналом, линии тока прямолинейны
 - Асимметрия профиля скорости вызвана влиянием вращения
- В неподвижной системе координат линии тока искривлены
 - Это вызывает асимметрию профиля скорости



Форма профиля скорости не зависит от используемой системы координат
(Галилеева инвариантность)



Эффекты кривизны линий тока и вращения потока имеют единую природу и могут быть связаны между собой

Вращение системы координат

- Уравнения движения во вращающейся системе координат

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - 2\varepsilon_{ijk} \Omega_j u_k + F_{c,i} \end{array} \right.$$

- Центробежная сила $F_{c,i} = -(\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})) = -\varepsilon_{ijk} \Omega_j \varepsilon_{klm} \Omega_l r_m$ является потенциальной и может быть представлена в следующем виде

$$F_{c,i} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\frac{\Omega_k \Omega_k r_l r_l}{2} \right] = -\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$$

- Введя модифицированное давление $p_{eff} = p/\rho + \varphi$ в несжимаемых течениях можно исключить центробежную силу из уравнений
- Наличие центробежной силы может повлиять на устойчивость
- Основное влияние на кинематику оказывает сила Кориолиса $-2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$
 - Влияние силы Кориолиса характеризует безразмерное число Россби
 - ✓ В физике атмосферы это отношение конвективных слагаемых к силе Кориолиса $Ro = \frac{U}{L\Omega}$
 - ✓ В гидродинамике часто числом Россби называют обратную величину, характеризующую влияние эффектов вращения $Ro = \frac{L\Omega}{U}$

Теорема Тейлора-Пraudмана

- В случае сильного вращения сила Кориолиса уравнивается градиентом модифицированного давления (геострофическое течение)

$$2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} = -\nabla p_{eff}$$

- Применив операцию ротора к этому уравнению получим

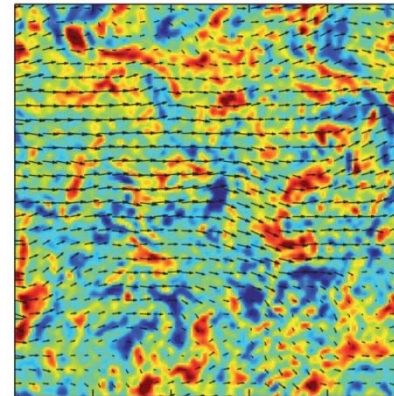
$$(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \nabla \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}) = \boldsymbol{\Omega}(\nabla \cdot \mathbf{u}) - (\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \boldsymbol{\Omega} - \mathbf{u}(\nabla \cdot \boldsymbol{\Omega}) = -(\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla) \mathbf{u} \\ \nabla \times \nabla p_{eff} = 0 \end{array} \right]$$

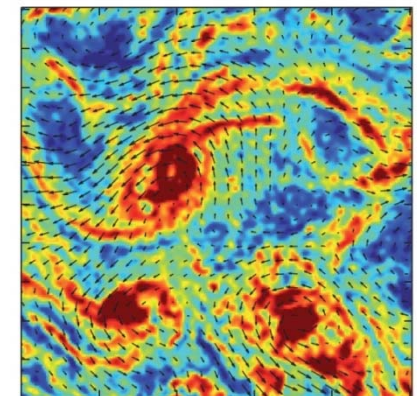
- Это означает, что поле скорости не меняется вдоль оси вращения
 - В случае турбулентных течений это приводит к организации двумерной турбулентности

F. Moisy, C. Morize, M. Rabaud and J. Sommeria

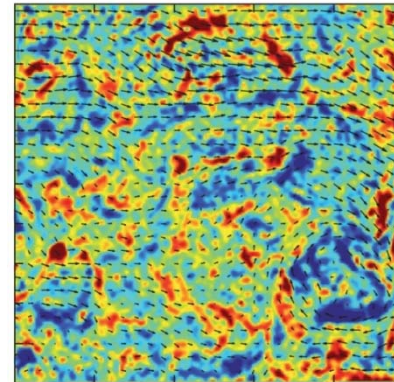
(a) $\omega_z(x, y)$, for $\Omega = 0$



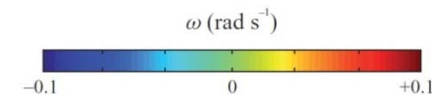
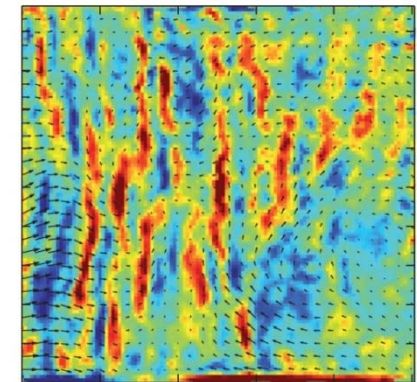
(b) $\omega_z(x, y)$, for $\Omega = 0.1 \text{ rad s}^{-1}$



(c) $\omega_y(x, z)$, for $\Omega = 0$



(d) $\omega_y(x, z)$, for $\Omega = 0.1 \text{ rad s}^{-1}$



Изменение структуры однородной изотропной турбулентности при наличии вращения

Уравнения для рейнольдсовых напряжений при наличии вращения

- Вывод уравнений аналогичен выводу в неподвижной системе координат

$$\frac{\partial}{\partial t} \overline{u'_i u'_j} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} = \frac{\partial}{\partial x_k} D_{ijk} + P_{ij} + C_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij}$$

➤ **Диффузия** $D_{ijk} = \nu \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{u'_i u'_j} - \overline{u'_i u'_j u'_k} - \frac{1}{\rho} (\delta_{ik} \overline{u'_j p'} + \delta_{jk} \overline{u'_i p'})$

- ✓ Молекулярный и турбулентный диффузионный перенос

➤ **Генерация** $P_{ij} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$

- ✓ Получение энергии от осредненного течения

➤ **Корреляция давление-скорость деформации** $\Phi_{ij} = \overline{\frac{p'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)}$

- ✓ Перераспределение энергии между компонентами тензора

➤ **Диссипация** $\varepsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}$

- ✓ Передача энергии в тепло за счет вязких сил

- Генерация турбулентности, связанная с вращением системы координат

(неинерциальностью системы отсчета) $C_{ij} = -2\overline{u'_i u'_k} \varepsilon_{nkj} \Omega_n - 2\overline{u'_j u'_k} \varepsilon_{nki} \Omega_n$

- ✓ Происходит из силы Кориолиса в уравнениях движения

Учет эффектов вращения в DRSM

- Для окончательной формулировки DRSM необходимо
 - Промоделировать турбулентную диффузию D_{ijk} , корреляцию давление – скорость деформации Φ_{ij} и диссипацию ε_{ij} .
 - Записать генерационное слагаемое в тензорно-инвариантной форме при наличии вращения

$$P_{ij}^* = -\overline{u'_i u'_k} (S_{jk} + \Omega_{jk}) - \overline{u'_j u'_k} (S_{ik} + \Omega_{ik})$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \text{тензор скоростей деформаций}$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \varepsilon_{kji} \Omega_k - \text{тензор завихренности}$$

- Половина слагаемого, полученного из силы Кориолиса войдет в P_{ij}
 - ✓ Оставшаяся половина $C_{ij}^* = -\overline{u'_i u'_k} \varepsilon_{nkj} \Omega_n - \overline{u'_j u'_k} \varepsilon_{nki} \Omega_n$ описывает влияние вращения на турбулентность
- DRSM способны описывать влияние вращения на турбулентность
 - Необходимо учесть эти течения при калибровке модели для Φ_{ij}
 - ✓ Модель SSG существенно лучше LRR предсказывает вырождение турбулентности в поле однородного сдвига при наличии вращения
- Поскольку формулировка DRSM моделей тензорно инвариантна, эти модели в принципе способны предсказывать эффекты кривизны линий тока и вращения потока

Модели турбулентной вязкости

- Для описания эффектов вращения, скорость вращения должна в явном виде входить в модель

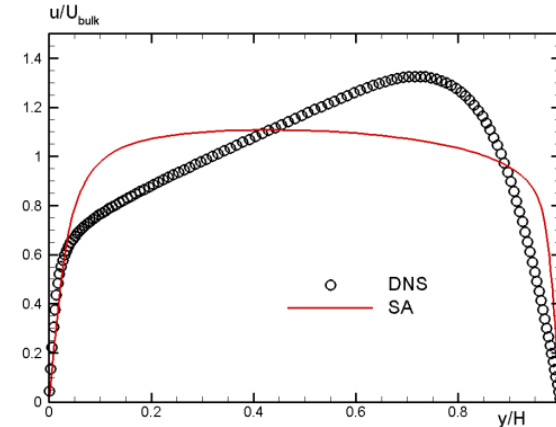
- Ни в одну «стандартную» модель скорость вращения не входит
 - ✓ Модели типа k - ε и k - ω , Спаларта-Аллмареса, Секундова v_t -92
- Тензор скоростей деформаций инвариантен к вращению

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

- Скорость вращения входит только в тензор завихренности

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \varepsilon_{kji} \Omega_k$$

- ✓ Использование завихренности в генерационном члене приводит к обратному эффекту (модели Спаларта-Аллмареса и Като-Лаундера)



Течение во вращающемся канале

- Модели турбулентной вязкости не способны к описанию эффектов кривизны линий тока и вращения потока без специальных поправок

Поправки на кривизну и вращение

Связь между вращением и кривизной (I)

- Преобразуем дифференциальное уравнение для рейнольдсовых напряжений во вращающейся системе координат (идея Роди)

$$P_{ij}^* + \Phi_{ij} + C_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} [P_k - \varepsilon] + k \frac{Da_{ij}}{Dt} + \left[\frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} \frac{\partial D_k}{\partial x_k} - \frac{\partial D_{ijk}}{\partial x_k} \right]$$

- Предположения Роди
 - Диффузионное слагаемое пропорционально соответствующему слагаемому в уравнении для кинетической энергии турбулентности
 - Можно пренебречь полной производной от компонент тензора анизотропии
- При выполнении этих предположений можно получить алгебраическую модель Рейнольдсовых напряжений (ARSM)

$$(P_{ij}^* + \Phi_{ij} + C_{ij}^* - \varepsilon_{ij}) = \frac{\overline{u'_i u'_j}}{k} (P_k - \varepsilon)$$

- В эту модель входит скорость вращения системы координат Ω_m (в C_{ij}^*)
- Производная компонент тензора анизотропии не инвариантна!!!
 - Зависит от скорости вращения используемой системы координат

$$\frac{Da_{ij}}{Dt} = \left(\frac{Da}{Dt} \right)_{ij} - (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \Omega_m$$

- Можно ожидать, что в системе координат, обеспечивающей минимум $\left| \frac{Da_{ij}}{Dt} \right|$, алгебраическая модель Рейнольдсовых напряжений наиболее точна

Связь между вращением и кривизной (II)

- Необходимо найти подвижную криволинейную систему координат \vec{e}_i , в которой величина $\left| \frac{Da_{ij}}{Dt} \right|$ минимальна
 - В этой системе координат алгебраическая модель будет относительно точно соответствовать DRSM
 - Для учета эффектов кривизны линий тока в исходной системе координат достаточно учесть эффекты вращения в подвижной системе координат \vec{e}_i
 - ✓ Критерием влияния кривизны линий тока является скорость вращения системы координат ω_k^r
- Для определения скорости вращения системы координат Wallin&Johansson (2002) использовали следующие предположения
 - Тензор анизотропии определяется величиной тензоров скоростей деформации и завихренности $\mathbf{a} = f(\mathbf{S}, \mathbf{\Omega})$
 - Основной вклад вносит линейное слагаемое $a_{ij} = \beta_1 S_{ij} + f'(\mathbf{S}, \mathbf{\Omega})$
 - ✓ Система координат, обеспечивающая минимум $\left| \frac{DS_{ij}}{Dt} \right|$ является искомой (обеспечивает минимум $\left| \frac{Da_{ij}}{Dt} \right|$)

Критерий кривизны линий тока

- Определить скорость вращения можно используя выражение

$$\frac{DS_{ij}}{Dt} = \left(\frac{DS}{Dt} \right)_{ij} - (\varepsilon_{imn} S_{jn} + \varepsilon_{jmn} S_{in}) \omega_k^r$$

- Система уравнений является переопределенной
 - ✓ 6 уравнений и 3 неизвестных
- Можно определить скорость вращения методом наименьших квадратов

$$\omega_k^r = A_{kj}^{-1} S_{pl} \left(\frac{DS}{Dt} \right)_{lq} \varepsilon_{pqj} \quad A_{ij}^{-1} = \frac{\{S^2\}^2 \delta_{ij} + 12\{S^3\} S_{ij} + 6\{S^2\} S_{ik} S_{kj}}{2\{S^2\}^3 - 12\{S^3\}^2}$$

- ✓ Это способ не гарантирует $\left| \frac{DS_{ij}}{Dt} \right| = 0$

- Величина $S_{pl} \left(\frac{DS}{Dt} \right)_{lq} \varepsilon_{pqj}$ является критерием кривизны линий тока

- Впервые был предложен в модели SARC (Spalart, Shur, 1997)

$$\tilde{r} = \frac{2\Omega_{ik} S_{jk} (DS/Dt)_{ij}}{D^4}, \quad D^2 = \frac{(S^2 + \Omega^2)}{2}$$

- ✓ Скорость поворота главных осей тензора скоростей деформаций относительно инерциальной системы отсчета
- Может быть ассоциирован с влиянием силы Кориолиса на турбулентность

Другой критерий

- Другой критерий основан на рассмотрении двумерного вихря с распределением скорости $U(R)$

- Прандтль ввел безразмерный параметр $\frac{U}{r} / \frac{\partial U}{\partial r}$

- Аналогия с силами плавучести

- ✓ Число Ричардсона – отношение силы плавучести к инерции

- Разные исследователи (Брэдшоу, Лаундер, Роди) использовали понятие турбулентного числа Ричардсона

$$Ri_g = \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{U}{R^2} \frac{\partial(RU)}{\partial R} \quad \text{или} \quad Ri_f = \frac{2v_t U}{P_k} \frac{\partial(U/R)}{\partial R} \quad \text{или} \quad Ri = 2S(1+S), \quad S = \left(\frac{U}{R}\right) / \left(\frac{\partial U}{\partial R}\right)$$

- ✓ Все эти определения можно выразить через критерий Прандтля

- ✓ Трудно обобщить на трехмерный случай

- Безразмерный критерий $r^* = \left| \frac{S}{\Omega} \right|$ является более удобным количественным критерием закрутки потока

- Скорость вращения входит в только в тензор завихренности

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \varepsilon_{kji} \Omega_k \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

- Скорее связан с влиянием центробежной силы на устойчивость течения

Поправки на кривизну и вращение

- Поправки, напрямую воздействующие на турбулентную вязкость

- ✓ Pettersson Reif, Durbin, Ooi, 1999 $C_\mu \Rightarrow f \cdot C_\mu$

- Поправки, воздействующие на генерацию или диссипацию в уравнениях переноса турбулентных характеристик

- Поправки, использующие только один критерий менее эффективны

- ✓ Launder, Priddin, Sharma, 1977 (k - ε)

$$\varepsilon_\varepsilon \Rightarrow f_r \cdot \varepsilon_\varepsilon, f_r = 1 - C_{\varepsilon 3} Ri_g, Ri_g = \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{U}{R^2} \frac{\partial(RU)}{\partial R}$$

- ✓ Rodi, 1979 (k - ε)

$$P_\varepsilon \Rightarrow f_p \cdot P_\varepsilon, f_p = 1 + C_{\varepsilon 3} Ri_f, Ri_f = \frac{2\nu_t U}{P_k} \frac{\partial(U/R)}{\partial R}$$

- ✓ Burr, Menter, Grotjans, Frühauf, 1998 (k - ε)

$$\varepsilon_\varepsilon \Rightarrow f_r \cdot \varepsilon_\varepsilon, f_r = 1 + C_c Cu_T, Cu_T = C_{lim} \cdot th \left(\frac{1}{C_{lim}} \frac{k^2}{\varepsilon^2} \frac{S^2 - \Omega^2}{4} \right)$$

- Наиболее удачные поправки используют оба критерия

- ✓ Spalart, Shur, 1997 (SA) $P_{\tilde{\nu}} \Rightarrow f_{r1} \cdot P_{\tilde{\nu}}$, $f_{r1} = \frac{2r^*(1+C_{r1})}{1+r^*} (1 - C_{r3} \arctg(C_{r2} \tilde{r})) - C_{r1}$

- ✓ Menter, Smirnov, 2009

- (адаптация поправки Спаларта-Шура для k - ω)

$$P_k \Rightarrow f_r \cdot P_k$$

$$P_\omega \Rightarrow f_r \cdot P_\omega$$

- ✓ Cazalbou et al, 2005 (k - ε)

$$P_\varepsilon \Rightarrow f \cdot P_\varepsilon$$

Поправка Спаларта-Шура (I)

- Генерационный член модели SA умножается на функцию f_{r1} , зависящую от двух параметров

$$r^* = \left| \frac{S}{\Omega} \right|, \tilde{r} = \frac{2\Omega_{ik} S_{jk} (DS/Dt)_{ij}}{D^4}, D^2 = \frac{(S^2 + \Omega^2)}{2}$$

- Предположим, что эта функция имеет следующий вид

$$f_{r1}(r^*, \tilde{r}) = A \cdot f_1(r^*) \cdot [1 - f_2(\tilde{r})] + B$$

- Функция должна удовлетворять следующим предельным соотношениям

- Квазитвердое вращение

$$S = 0$$

$$f_{r1}(0, \tilde{r}) = const = -C_{r1} \Rightarrow f_1(0) = 0 \Rightarrow B = -C_{r1}$$

- Сдвиговые течения

$$S = \Omega, \left(\frac{DS}{Dt} \right)_{ij} = 0$$

$$f_{r1}(1, 0) = 1 \Rightarrow \begin{cases} f_1(1) = 1 \\ f_2(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow A = 1 + C_{r1}$$

- Слабое вращение

$$S \approx \Omega, \tilde{r} \ll 1$$

$$f_{r1}(1, \tilde{r}) \approx 1 - C_{r5} \tilde{r}; C_{r5} = 24 \Rightarrow f_2'(0) = \frac{C_{r5}}{1 + C_{r1}}$$

- Ограничение при больших r^*

$$f_1(r^*) \xrightarrow{r^* \rightarrow \infty} const = C_{r4}; C_{r4} = 2$$

- Ограничение при больших \tilde{r}

$$f_2(\tilde{r}) \xrightarrow{\tilde{r} \rightarrow \pm\infty} const = C_{r3}$$

Поправка Спаларта-Шура (II)

- Этим ограничениям удовлетворяет функция вида

$$f_{r1}(r^*, \tilde{r}) = (1 + C_{r1}) \cdot \frac{C_{r4} r^*}{C_{r4} - 1 + r^*} \cdot \left[1 - C_{r3} \operatorname{arctg} \left(\frac{C_{r5} \tilde{r}}{(1 + C_{r1}) C_{r3}} \right) \right] - C_{r1}$$

- Введем обозначение $C_{r2} = \frac{C_{r5}}{(1 + C_{r1}) C_{r3}}$
- Подставим $C_{r4} = 2$

- Окончательная формулировка поправки $f_{r1} = \frac{2r^*(1 + C_{r1})}{1 + r^*} (1 - C_{r3} \operatorname{arctg}(C_{r2} \tilde{r})) - C_{r1}$

- Константы подбирались на основе расчетов течения во вращающемся канале и пограничном слое с продольной кривизной поверхности

$$C_{r1} = 1, C_{r2} = 12, C_{r3} = 1.$$

- Поправка хорошо работает при слабых или сильных эффектах кривизны и вращения (по построению)

- При умеренном влиянии кривизны и вращения поправка менее точна

- Модификация для модели SST (Menter, Smirnov, 2008)

- Ограничения $f_{r1} = \max\{\min(f_{r1}, 1.25), 0\}$
- Изменение критерия $\tilde{r} = \frac{2\Omega_{ik} S_{jk} (DS/Dt)_{ij}}{\Omega D^3} \quad D^2 = \max(S^2, 0.09\omega^2)$
- Другой набор констант $C_{r1} = 1, C_{r2} = 2, C_{r3} = 1.$

Примеры применения поправок

Модельные задачи

Установившееся течение во вращающемся канале

- Плоский канал вращается вокруг оси z
 - Кориолисова сила влияет на интенсивность турбулентности: на одной стенке увеличивает, а на другой уменьшает
- Модели без поправок не “чувствуют” влияния вращения
 - Приводит к большим ошибкам в профиле скорости
- Модели с поправкой хорошо описывают эффекты вращения

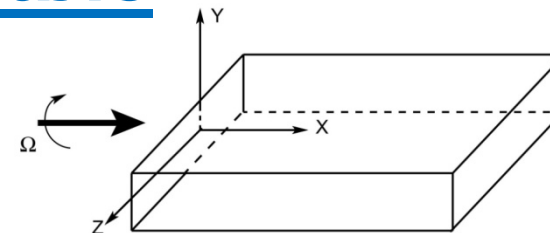
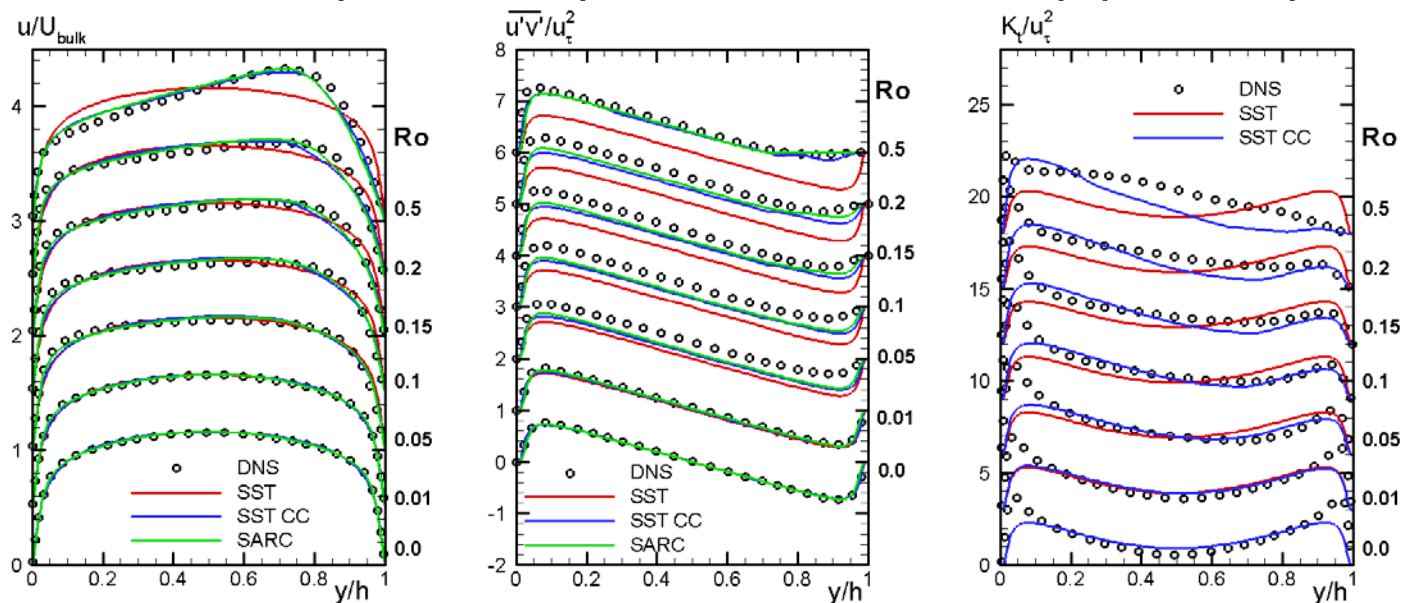


Схема течения

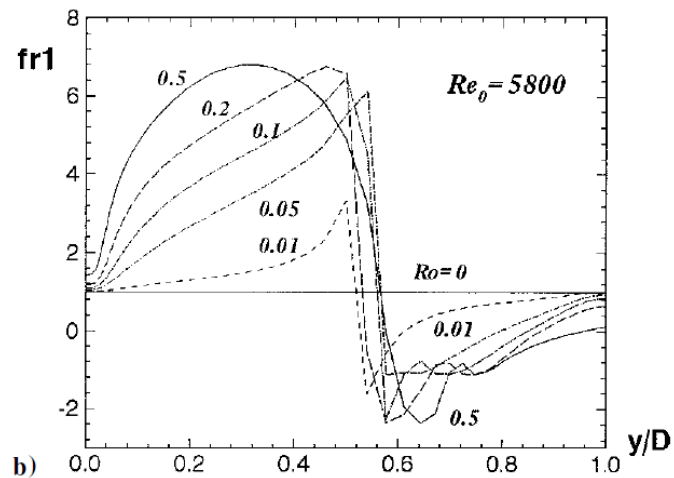
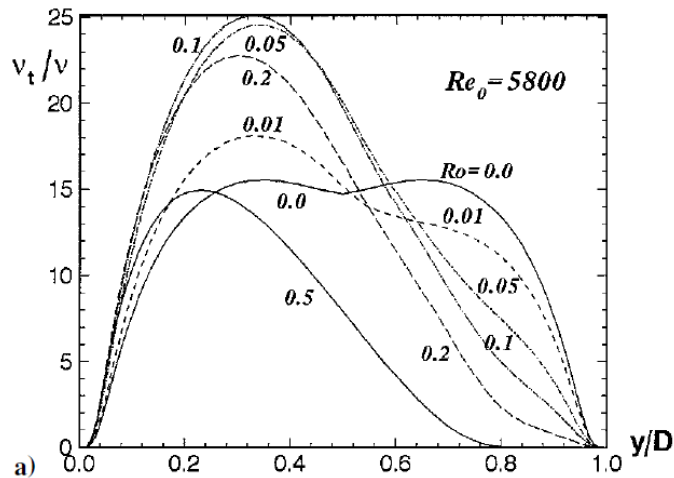


$$Re = \frac{U_b H}{\nu} = 5800$$

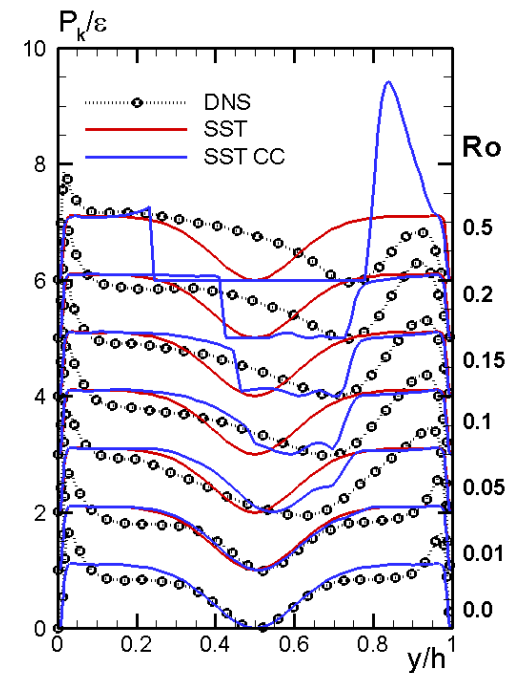
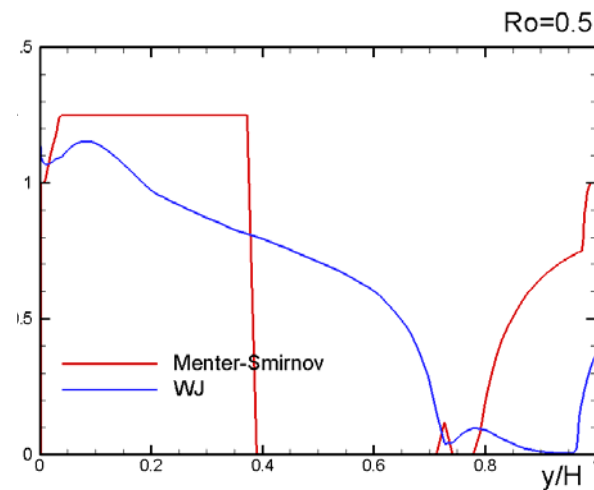
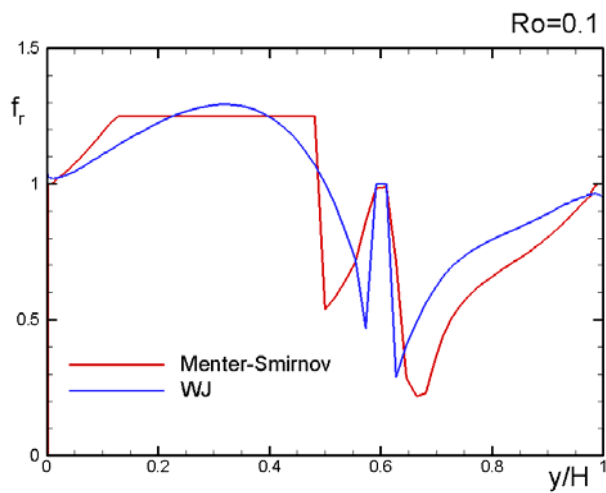
$$Ro = \frac{H\Omega}{U_b} \in [0, 0.5]$$

DNS of Kristoffersen and Andersson, 1993 (JFM, v. 256, p. 163)

Поправочная функция и ее влияние



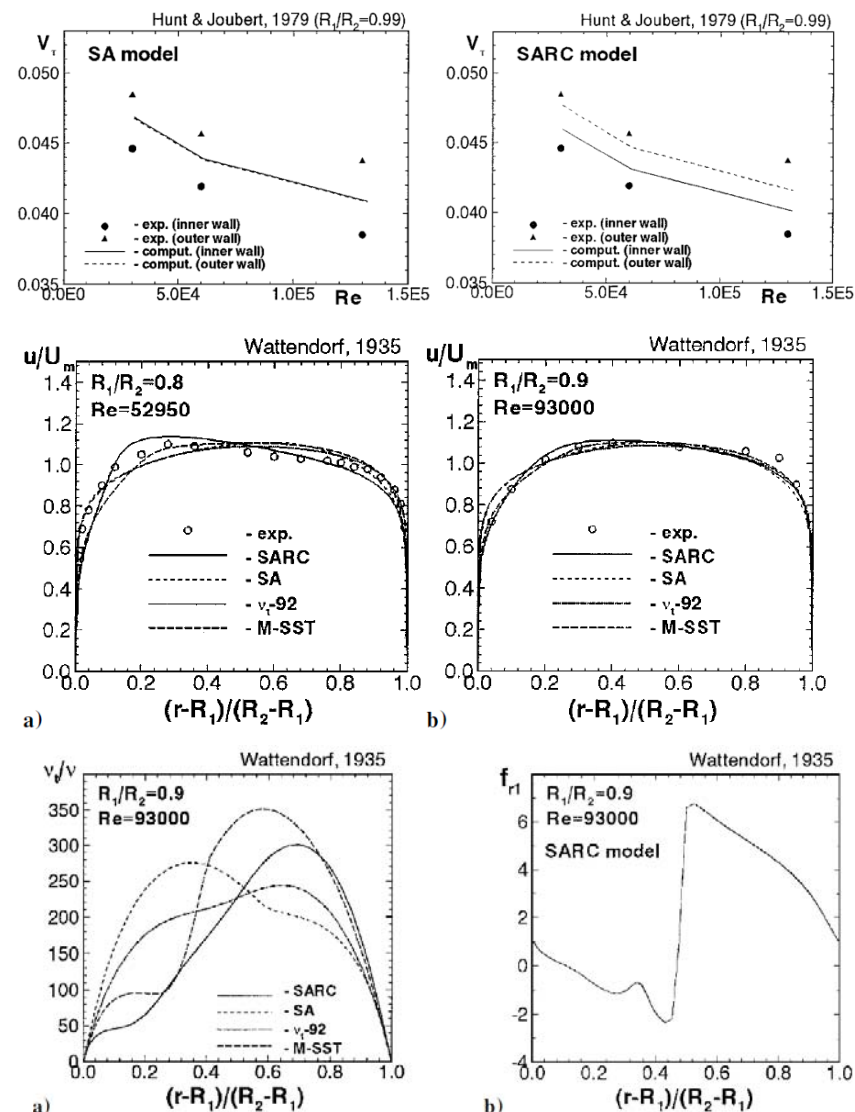
SA + Spalart, Shur, 1997



SST + Menter, Smirnov, 2009

Установившееся течение в криволинейном канале

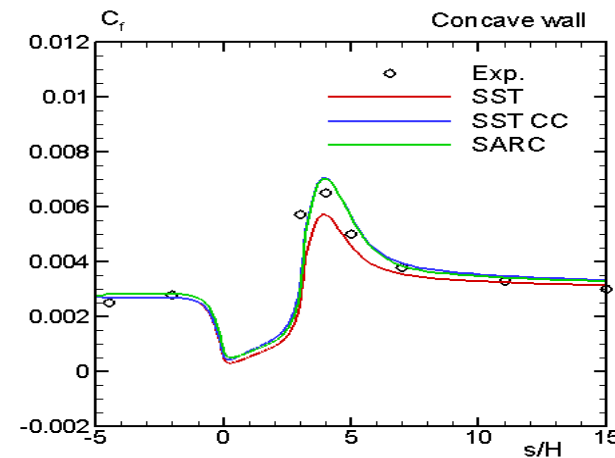
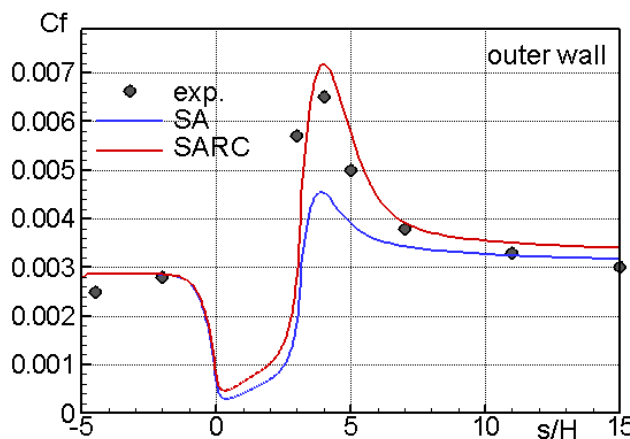
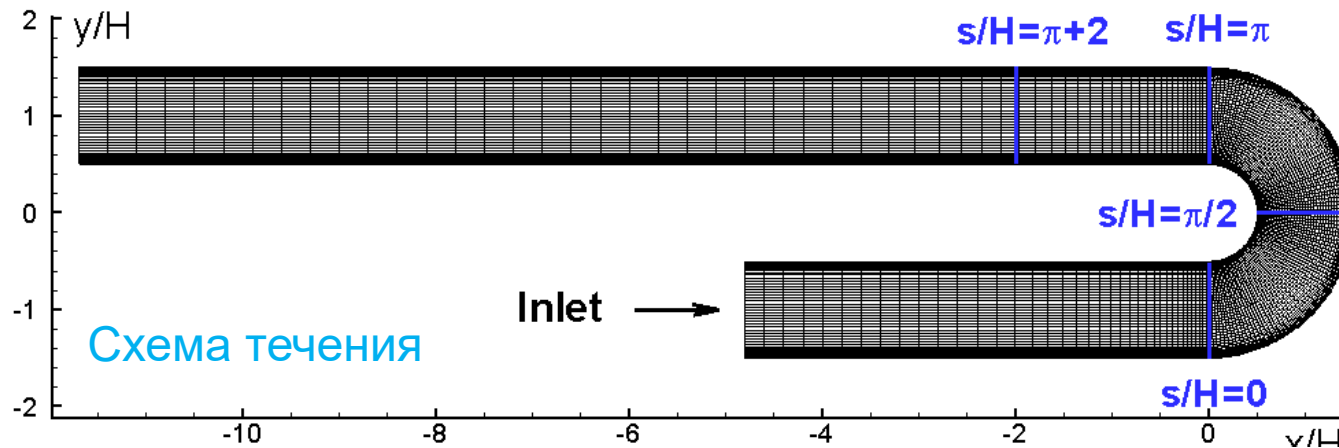
- Слабая кривизна поверхности
 - В отличие от SA, модель SARC предсказывает различие трения на внутренней и внешней стенках
 - ✓ Эффект кривизны несколько недооценен
- Существенная кривизна поверхности
 - Модель SARC существенно превосходит модели без поправок
 - Поправка увеличивает турбулентную вязкость на выпуклой стенке и уменьшает на вогнутой



Течение в канале с поворотом на 180°

Эксперимент Monson et al., 1990 (AIAA paper 90-1484)

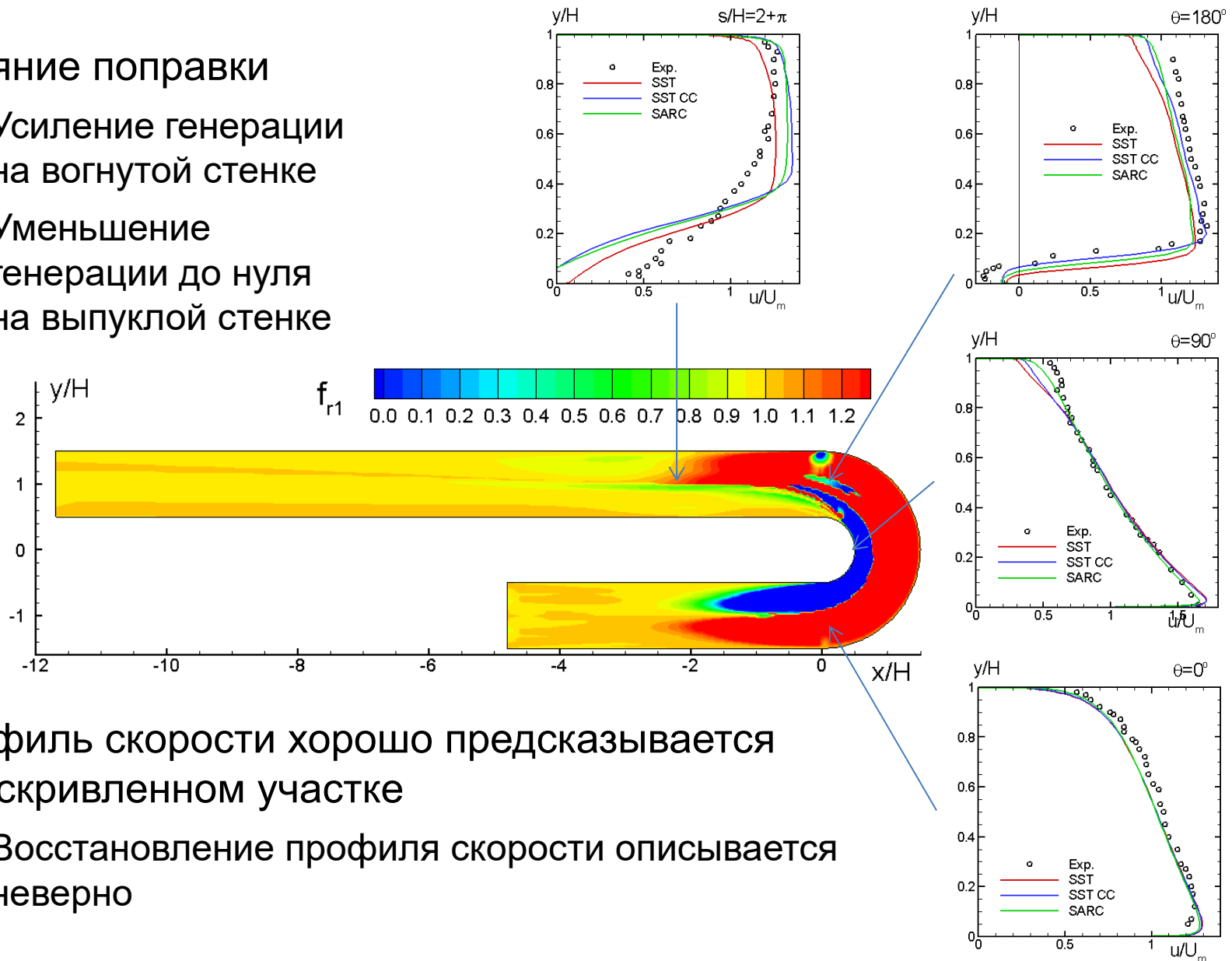
$$Re = \frac{U_m H}{\nu} = 10^6$$



- Поправка улучшает предсказание коэффициента трения на внешней стенке канала

Модель SST с поправкой

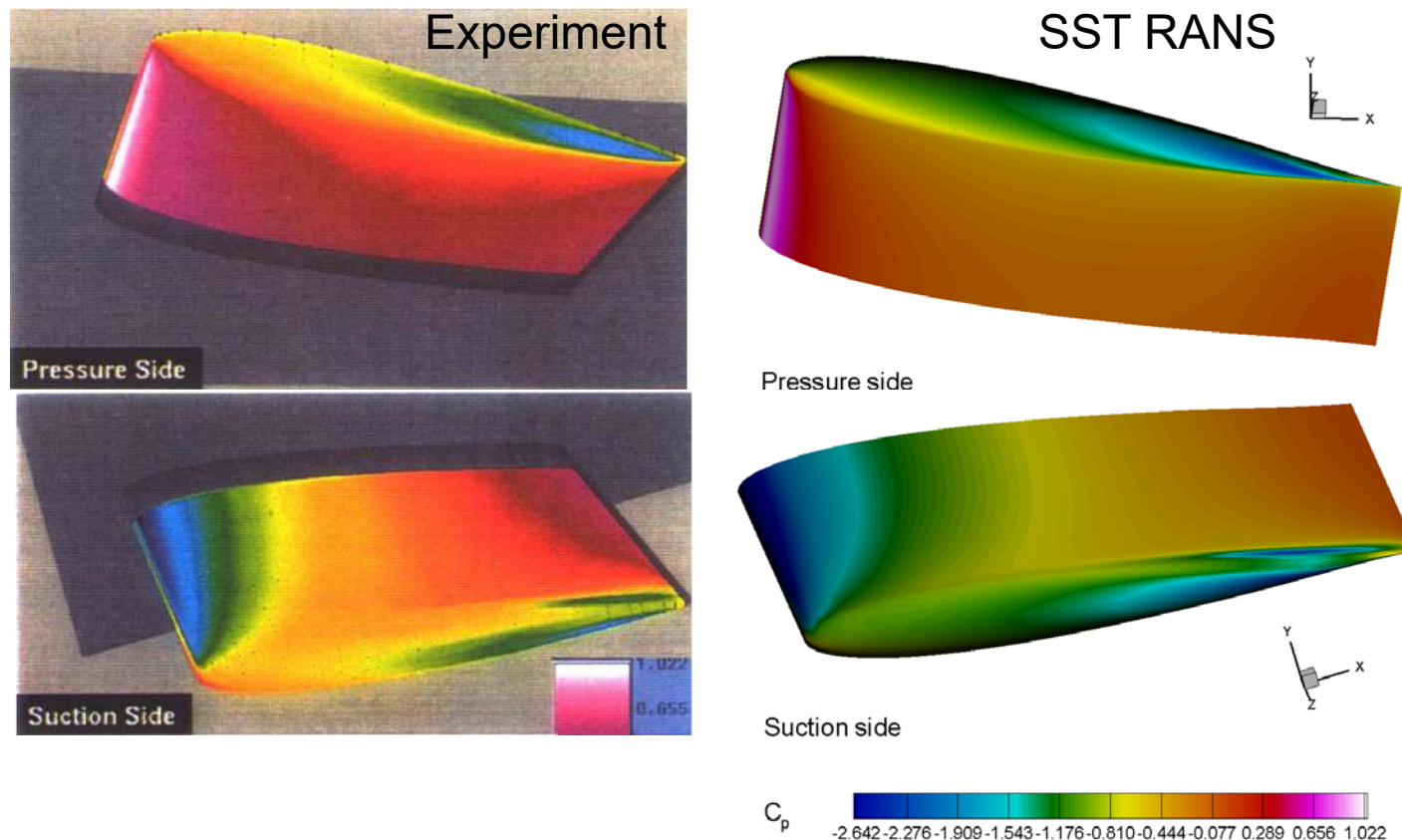
- Влияние поправки
 - Усиление генерации на вогнутой стенке
 - Уменьшение генерации до нуля на выпуклой стенке



- Профиль скорости хорошо предсказывается на искривленном участке
 - Восстановление профиля скорости описывается неверно

Обтекание крыла конечного размаха NACA0012 со скругленной боковой кромкой

- Эксперимент Chou et al., 1997 (AIAA J. V. 35, N. 10, p. 1561)
 - Угол атаки 10°
 - $Re = \frac{U_\infty c}{\nu} = 3.568 \cdot 10^6$
- Давление на поверхности хорошо предсказывается моделью SST

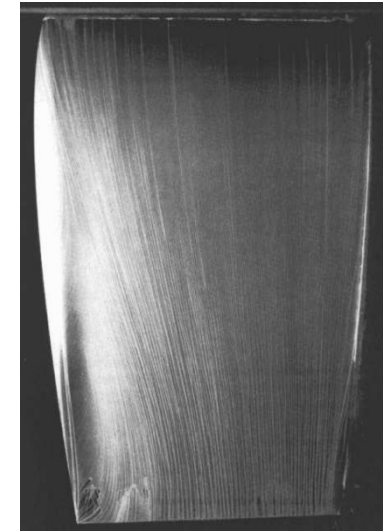
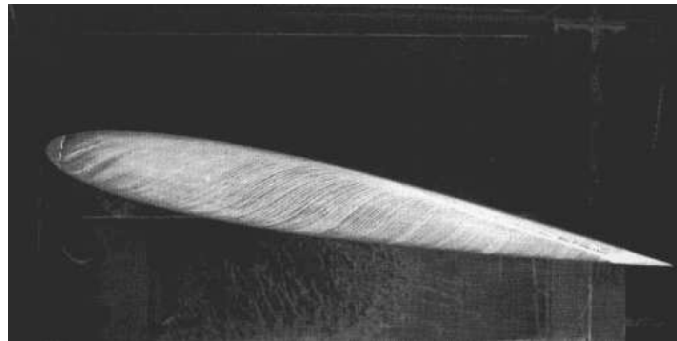


Распределение коэффициента давления по поверхности крыла

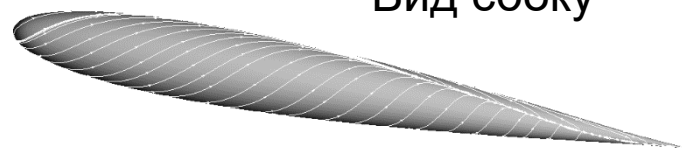
Обтекание крыла конечного размаха NACA0012 со скругленной боковой кромкой

- Поверхностные линии тока хорошо описываются при помощи SST модели

Experiment



SST RANS



Вид сбоку



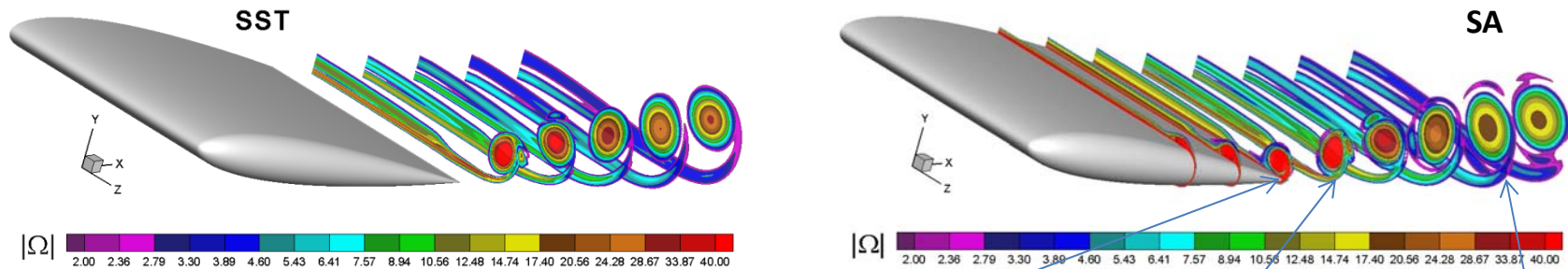
Сторона
давления



Сторона
разрежения

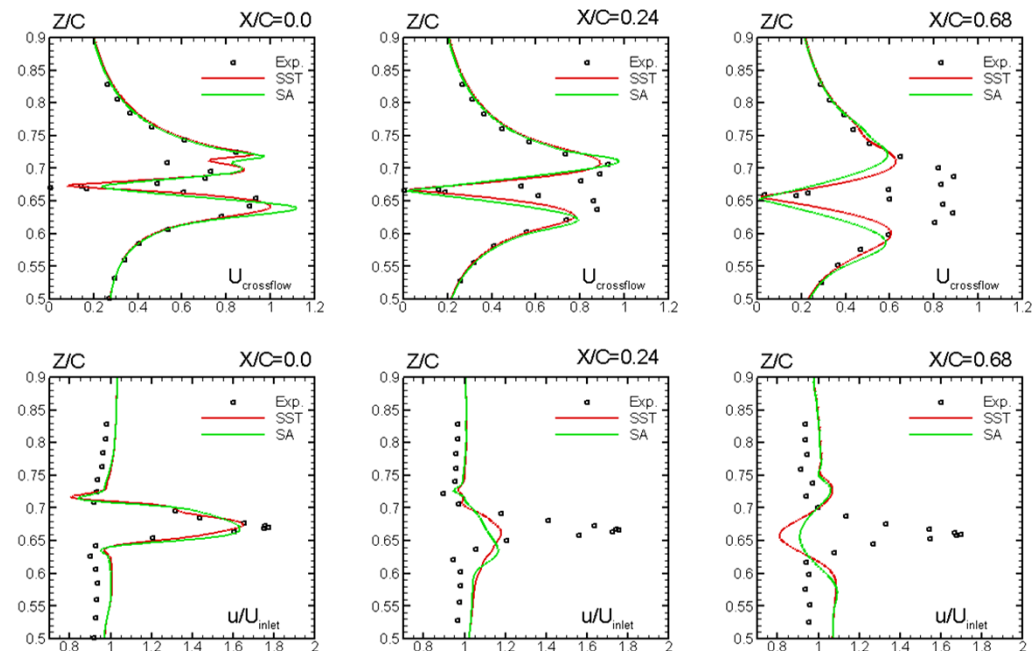
Поверхностные линии тока

Обтекание крыла конечного размаха NACA0012 со скругленной боковой кромкой



- Модели без поправок не в состоянии правильно предсказать течение в следе

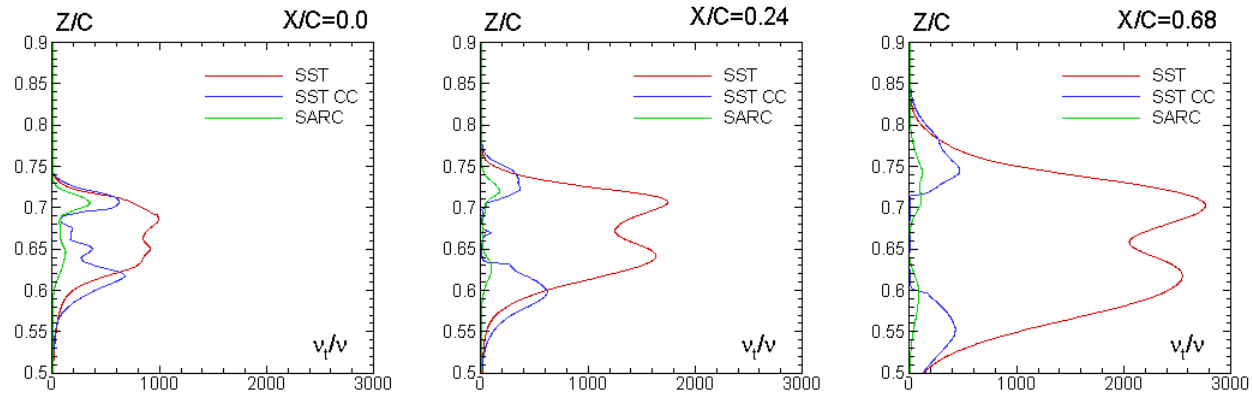
- Профили скорости в окрестности задней кромки описываются правильно
- Слишком быстрое вырождение концевых вихря



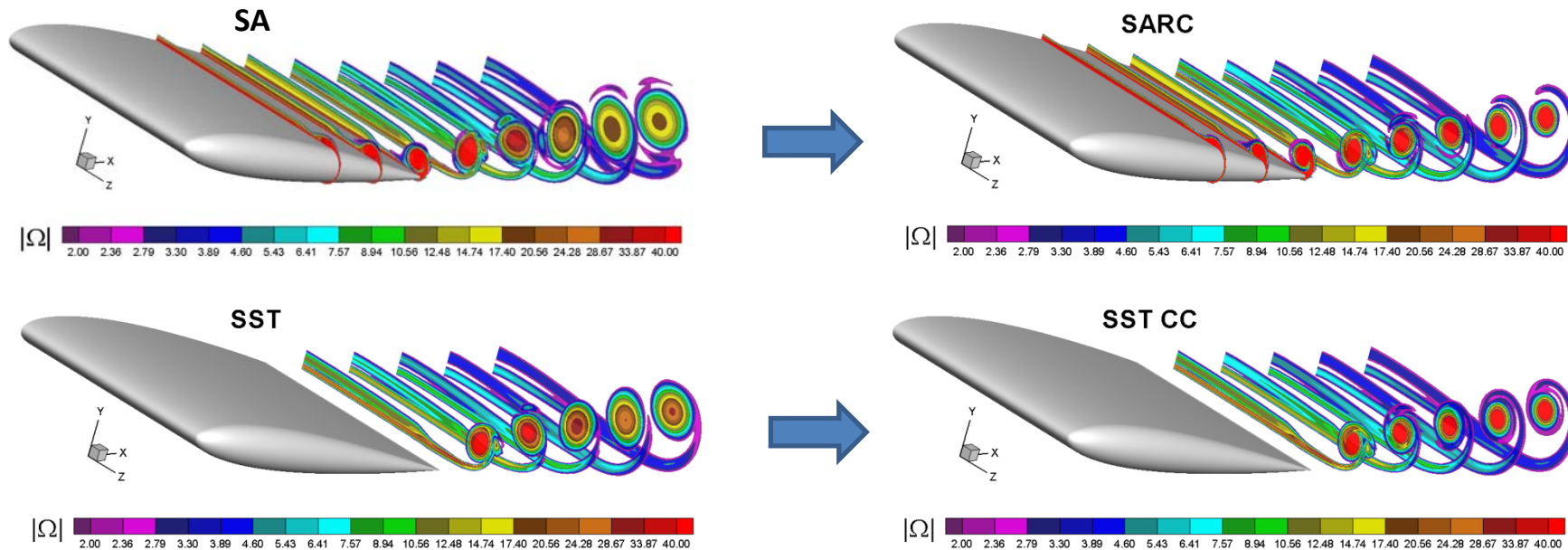
Развитие продольной и поперечной компонент скорости в концевом вихре

Влияние поправки

- Поправка подавляет турбулентную вязкость в вихре

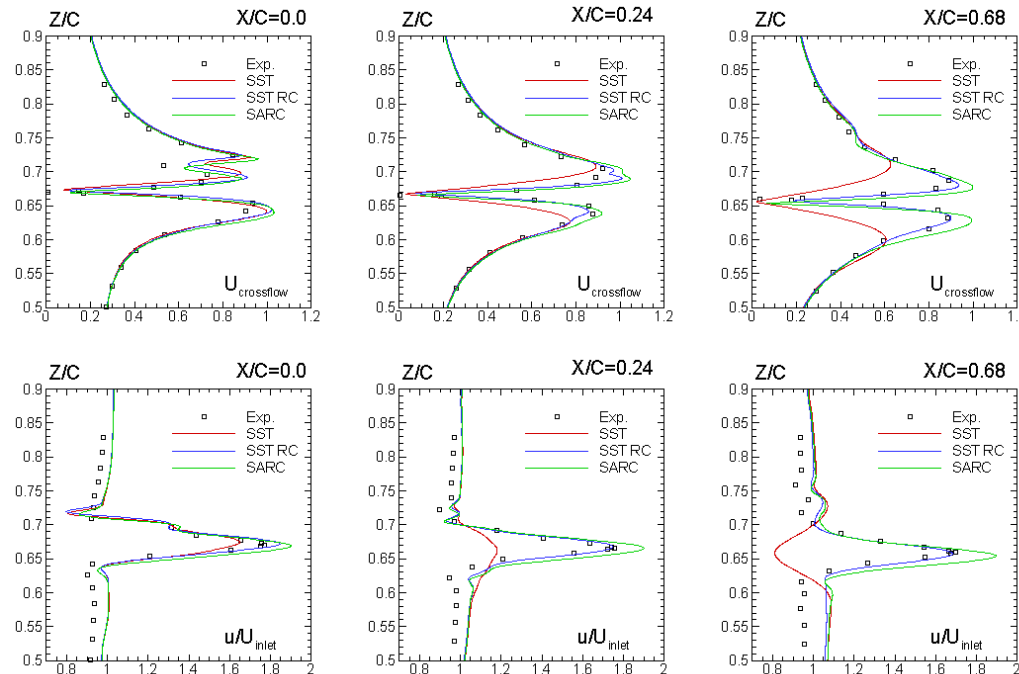


- Вихрь медленнее диссипирует

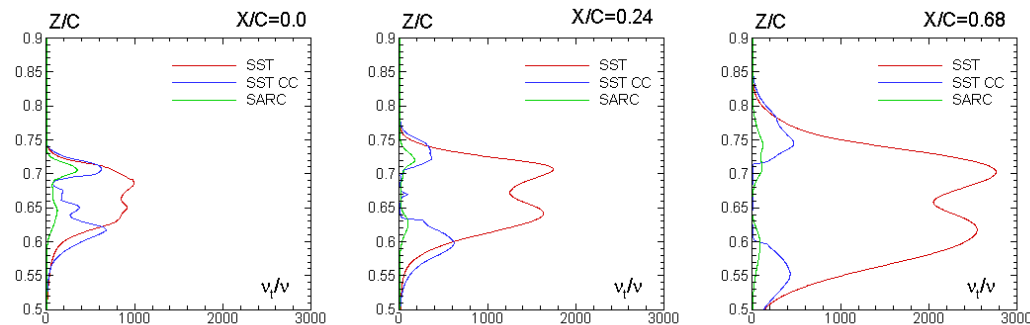


Влияние поправки

- Поправка приводит к кардинальному улучшению решения



- Для правильного предсказания развития концевых вихрей турбулентная вязкость в его ядре должна полностью подавляться

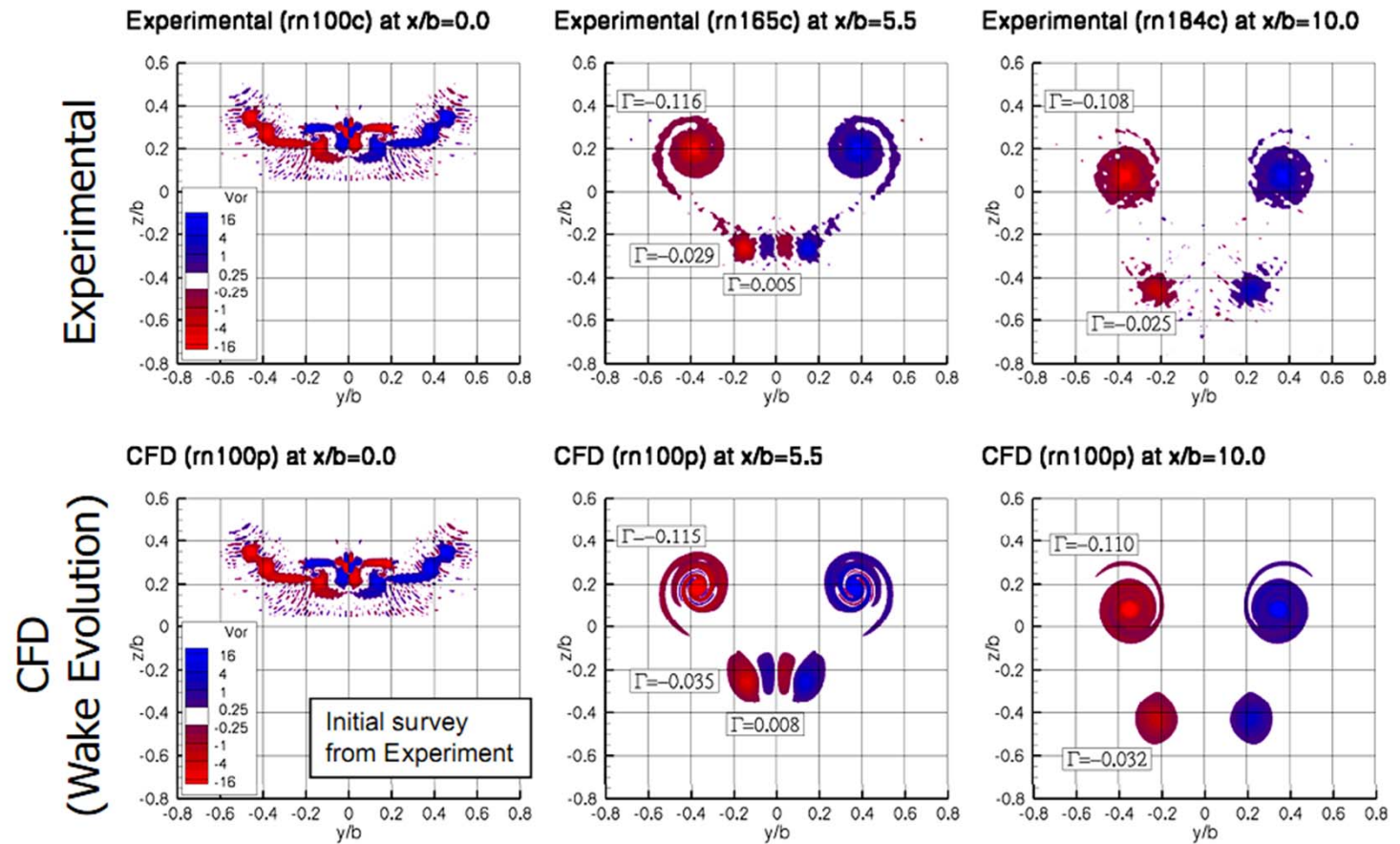
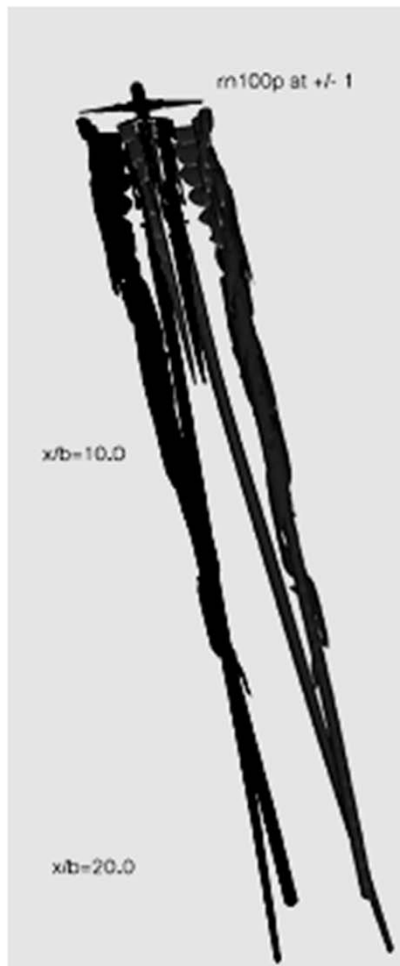


Примеры применения поправок

Прикладные задачи

Вихревой след за самолетом с механизированным крылом

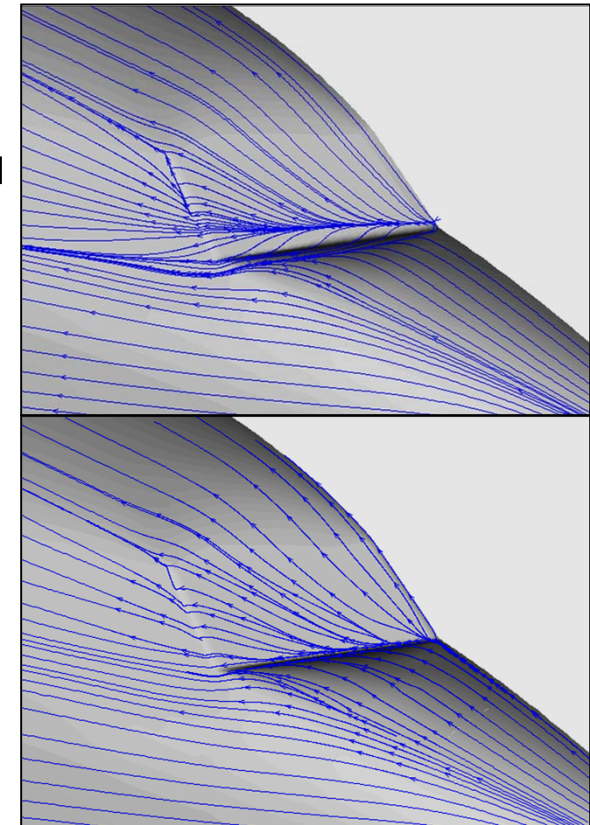
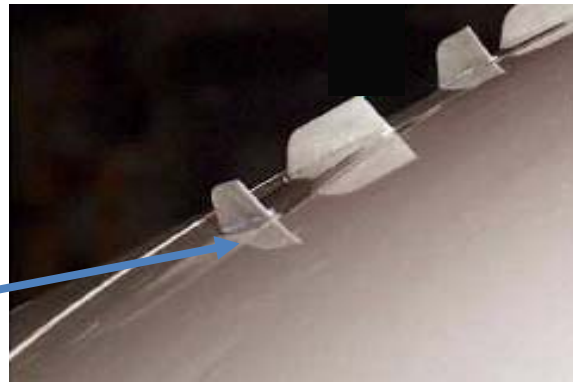
- Модель SARC: Хорошее согласование расчета и эксперимента



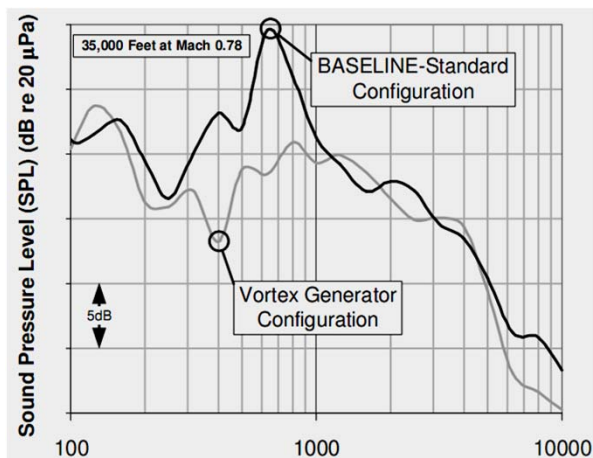
Copyright © 2008 Boeing. All rights reserved.

Расчетная оптимизация вихрегенераторов для снижения шума в кабине Boeing-737

- Отрыв в углу между фюзеляжем и окном является источником шума в кабине пилотов
- С использованием модели SARC были выбраны форма и расположение вихрегенераторов, которые предотвращают отрыв потока



Поверхностные линии тока



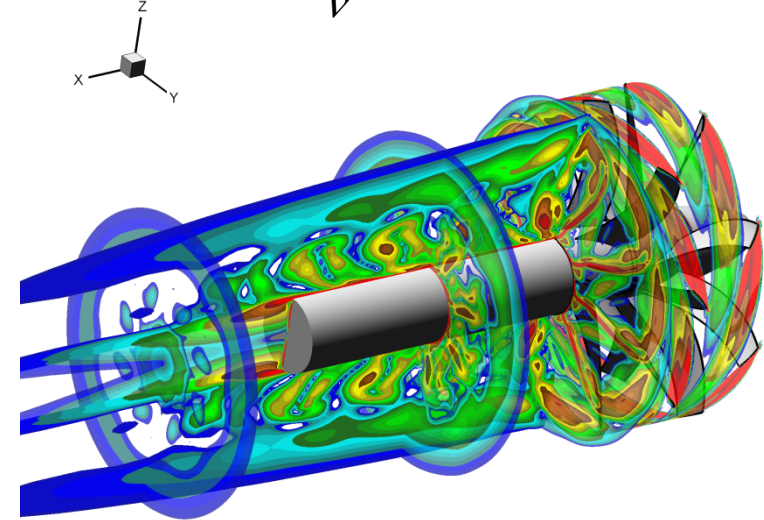
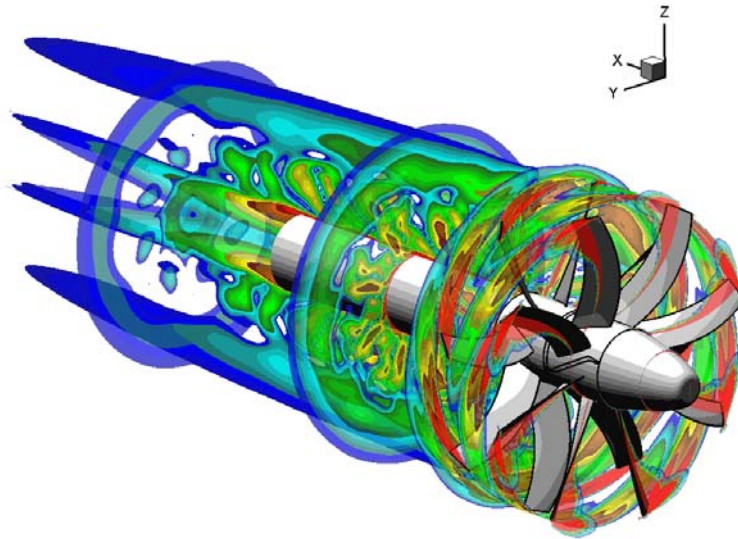
- Летные испытания показали существенное снижение шума
 - Вихрегенераторы устанавливаются на все новые Boeing 737

Реактивный двигатель с открытым ротором

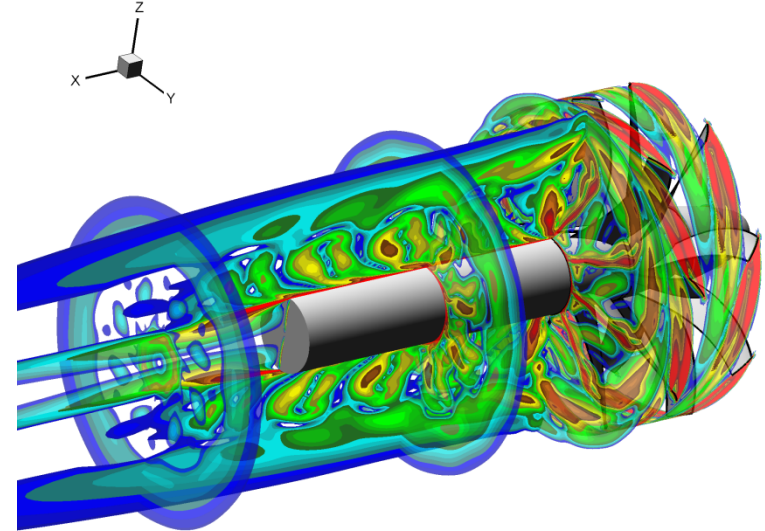
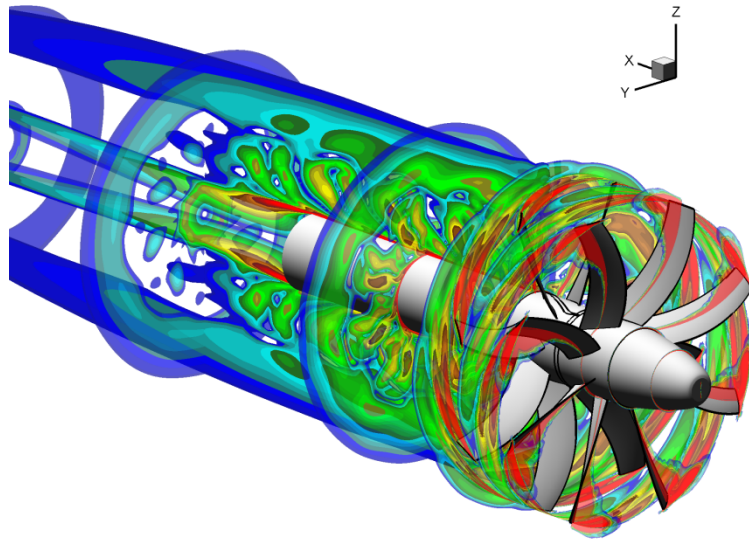
Mach=0.1, $\Omega=300$ rps

$$\text{Re} = \frac{U_{\infty} D}{\nu} = 10^5$$

SARC



SST-CC



Контур завихренности

Резюме:

моделирование эффектов кривизны и вращения

- Кривизна линий тока и вращение потока оказывают существенное влияние на турбулентность
- Эффекты кривизны линий тока и вращения потока имеют одинаковую природу
- Модели рейнольдсовых напряжений принципиально способны описать влияние вращения
 - Они должны быть выведены из уравнений Навье-Стокса, записанных с учетом силы Кориолиса
 - Калибровка моделей должна производиться с учетом течений, в которых эти эффекты существенны
- В рамках моделей турбулентной вязкости необходимы специальные поправки
 - Для наиболее часто используемых моделей турбулентности (SA и SST) такие поправки разработаны и внедрены в большинство кодов