

БИФУРКАЦИИ ТРАНСЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ СИММЕТРИЧНОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ

А.Г. Кузьмин

CAD-FEM GmbH, 107497, Москва, Щелковское ш., 77/79, оф. 1703, info@cadfem.ru

Численно исследовано трансзвуковое обтекание аэродинамического профиля с малой кривизной в средней части. Установлено ветвление стационарных решений уравнений Эйлера, обусловленное неустойчивостью течения при определенных углах атаки α и числах Маха натекающего потока M_∞ . Изучена зависимость коэффициента подъемной силы от параметров M_∞ и α . Получены бифуркационные кривые на плоскости (M_∞, α) .

Введение. В работах [1-3] была исследована устойчивость трансзвукового течения в канале с параллельными стенками и небольшим выступом, расположенным на нижней стенке. Выявлена неустойчивость невязких стационарных течений, содержащих сверхзвуковые зоны, близко расположенные друг к другу, или сверхзвуковую зону с внутренними косыми скачками уплотнения. Было показано, что в этих случаях малые изменения числа Маха, заданного на выходе из канала, могут приводить к резкому изменению структуры течения в результате слияния или расщепления сверхзвуковых зон.

Концепция структурной неустойчивости способствовала пониманию причин неединственности трансзвукового обтекания, которая была установлена в исследованиях ряда авторов в 1990-е годы [4]. Эти причины были подробно проанализированы в [4-6] для семейства симметричных профилей $y(x) = \pm 0.06 [1 - (2x - 1)^4]^{1/2} (1 - x^m)^2$, $8 \leq m \leq 12$, при нулевых и малых углах атаки. Для несимметричных профилей Whitcomb и DSMA532 неустойчивость обтекания получена на режимах с отрицательными углами атаки [7].

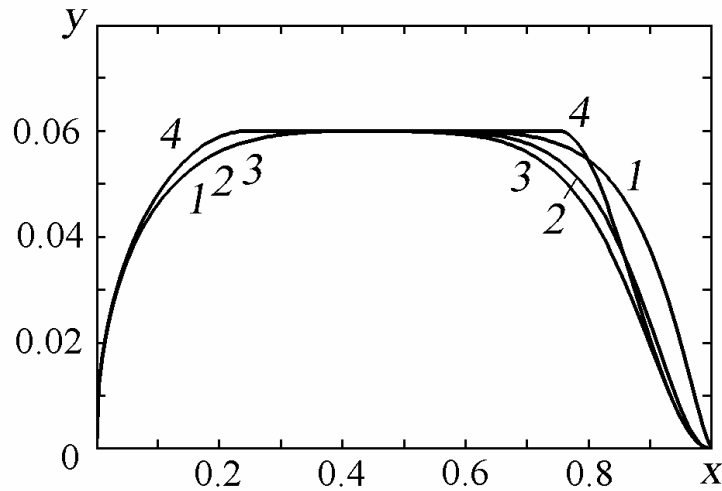
В данной работе продолжено исследование бифуркационных явлений для профиля с $m=16$ из указанного выше семейства. Для невязкого стационарного обтекания изучена зависимость коэффициента подъемной силы от α и M_∞ в диапазонах $-1^\circ < \alpha < 1^\circ$, $0.795 < M_\infty < 0.85$. Проведен анализ устойчивости симметричных и несимметричных течений около этого профиля. Представлен пример автоколебательного обтекания симметричного профиля вязким потоком при нулевом угле атаки.

1. Постановка задачи и численный метод. Рассматривается двумерное обтекание потоком воздуха симметричного профиля

$$y(x) = \pm 0.06 \sqrt{1 - (2x - 1)^4} (1 - x^m)^2, \quad m = 16, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad (1.1)$$

верхняя часть которого показана на фиг. 1а. Для сравнения на фиг. 1а представлены также профили с $m=10, 12$, изученные в [4], и профиль с прямолинейной средней частью, предложенный в [8].

Невязкое течение описывается системой уравнений Эйлера, решение которой требуется найти в области с внешней границей, расположенной на достаточно большом расстоянии от профиля. Условия на входной и выходной частях внешней границы определяются заданным углом атаки α и числом Маха на бесконечности $M_\infty < 1$ [9]. На профиле задается условие скольжения. Начальными условиями являются параметры однородного потока (в который мгновенно вносится профиль) или неоднородное поле течения, полученное в результате расчета

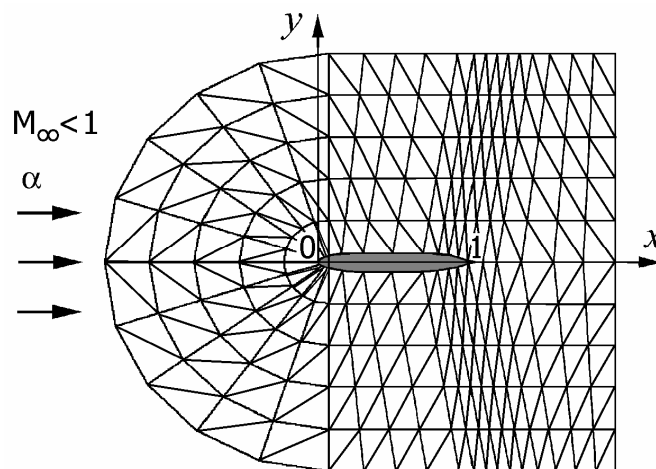


Фиг. 1а. Верхняя сторона аэродинамических профилей: 1 – (1.1) с $m=16$, 2 – (1.1) с $m=12$, 3 – (1.1) с $m=10$, 4 – профиль с прямолинейной средней частью [8]

обтекания при других значениях M_∞ и α . Постоянная адиабаты принята равной 1.4. Для численного решения поставленной задачи использовалась программа NSC2KE, основанная на методе конечных объемов второго порядка точности [4, 10]. Интегрирование по времени проводилось с помощью явного четырехточечного алгоритма Рунге-Кутты. Стационарные решения находились методом установления с применением локальных шагов по времени.

Вычислительная неоднородная C-образная сетка состояла из треугольных элементов, сгущавшихся около профиля, в области ударных волн и в следе (фиг. 1б). Внешняя граница расчетной области располагалась на расстоянии 15-18 длин хорд от профиля. Каждая сторона профиля была представлена 265 сеточными узлами, в следе находилось 102 узла, на внешней границе 733 узла, а в “радиальных” направлениях (близких направлению нормали к профилю и следу) задавалось 215 шагов сетки.

Точность данного метода тестировалась на ряде задач, в частности, на задаче о трансзвуковом течении в канале с выступом на нижней стенке [1 - 3] и задаче обтекания профиля NASA 0012 при $\alpha=1.25^\circ$. Сравнение полученных значений коэффициента подъемной силы и изолиний числа Маха с результатами, полученными для этого профиля в [11], показало высокую точность использованного метода.

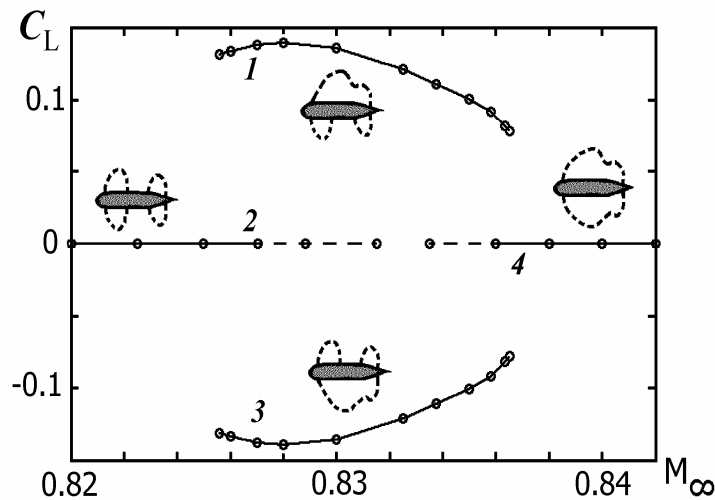


Фиг. 1б. Схема вычислительной сетки

2. Расчеты невязкого стационарного обтекания профиля (1.1) при нулевом угле атаки.

На фиг. 2 показана зависимость коэффициента подъемной силы от числа Маха натекающего потока при $\alpha=0$. Левая ветвь графика получена в результате расчета обтекания профиля при $M_\infty=0.82$ и последующего постепенного увеличения числа Маха до 0.8315. На каждом шаге в качестве начальных данных использовалось поле течения, полученное для предыдущего M_∞ . При этом картина обтекания симметрична относительно оси x и содержит две пары местных сверхзвуковых зон, прилегающих к верхней и нижней сторонам профиля.

Если симметричное течение, полученное, например, при $M_\infty=0.828$, использовать в качестве начального состояния и задать угол атаки $\alpha=0.05^\circ$, то развивается нестационарный переход, при котором происходит слияние местных сверхзвуковых зон на верхней стороне профиля. В результате релаксации формируется асимметричное течение с одной сверхзвуковой зоной на



Фиг. 2. Зависимость коэффициента подъемной силы C_L от M_∞ для профиля (1.1) при $\alpha=0$; 1-4 – ветви, соответствующие разному количеству местных сверхзвуковых зон, как показано на схемах обтекания

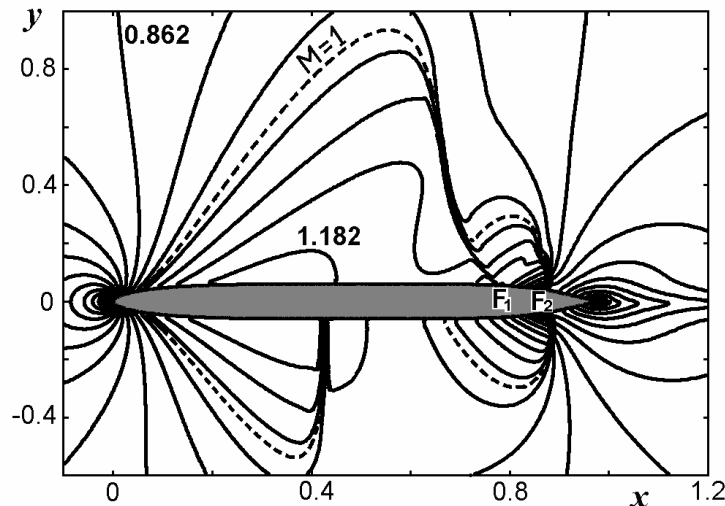
верхней стороне профиля и двумя – на нижней. При возврате к нулевому углу атаки такая качественная структура течения сохраняется. Более того, качественная картина обтекания сохраняется при последующем изменении M_∞ в интервале

$$M_{\min} < M_\infty < M_{\max} \quad (2.1)$$

с $M_{\min} \approx 0.8256$ и $M_{\max} \approx 0.8365$. В частности, при $M_\infty=0.826$ и $\alpha=0$ устойчивое несимметричное обтекание показано на фиг. 3.

Аналогичным образом задание отрицательного угла атаки $\alpha=-0.05^\circ$ при $M_\infty=0.828$ вызывает переход с ветви 2 на ветвь 3 графика, представленного на фиг. 2. Анализ влияния измельчения сетки на границы интервала (2.1) показывает, что погрешность найденных значений M_{\min} и M_{\max} составляет ± 0.0003 . Ширина диапазона (2.1) соответствует изменению скорости натекающего потока примерно в 3.3 м/сек, если для скорости звука принято значение 250 м/сек.

Правая ветвь графика на фиг. 2 соответствует симметричному обтеканию с одной сверхзвуковой зоной у каждой стороны профиля. Такая картина обтекания может быть получена при любых начальных условиях путем задания $M_\infty > M_{\max}$ и последующего изменения M_∞ в интервале $0.8335 < M_\infty < 0.850$. Между правой и левой ветвями находится сингулярное число Маха $M_s \approx 0.8325$, вблизи которого симметричное обтекание неустойчиво по отношению к



Фиг. 3. Несимметричное обтекание профиля (1.1) при $M_\infty=0.826$, $\alpha=0$: изолинии числа Маха

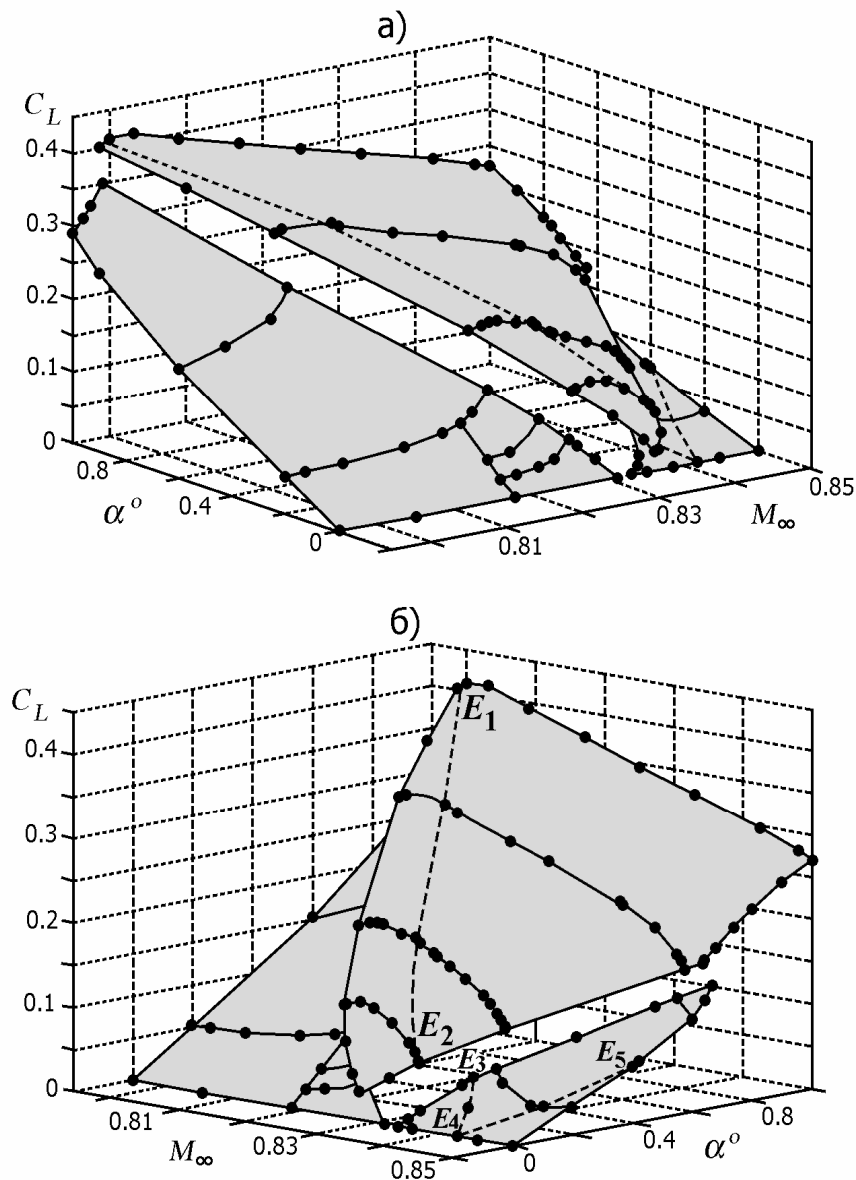
крайне малым возмущениям угла атаки, геометрии профиля и вычислительной сетки. Природа этой неустойчивости обусловлена невозможностью стационарного течения с двумя местными сверхзвуковыми зонами, имеющими одну общую точку на профиле [1- 3].

3. Расчеты невязкого стационарного обтекания профиля (1.1) при $-1^\circ < \alpha < 1^\circ$.

Проведенная серия расчетов выявила зависимость коэффициента подъемной силы C_L от α и M_∞ , которая может быть изображена в виде кусочно-непрерывной поверхности в пространстве (C_L, α, M_∞) . Фрагмент этой поверхности, расположенный в полупространстве $C_L > 0$, показан на фиг. 4 с двух разных точек наблюдения. Верхняя часть поверхности частично выходит в область отрицательных α , что соответствует ситуации с положительной подъемной силой при отрицательном угле атаки. Вдоль кривой E_1E_2 на верхней части поверхности и вдоль кривой E_3E_4 на ее правой части наблюдается слабый излом. Этот излом соответствует картине обтекания, в которой наклонная ударная волна пересекается с профилем в той же точке, что и ударная волна, замыкающая местную сверхзвуковую зону (т. е. точки F_1 и F_2 на фиг. 3 совпадают). Слабый излом вдоль кривой E_4E_5 соответствует такой же конфигурации ударных волн на нижней стороне профиля.

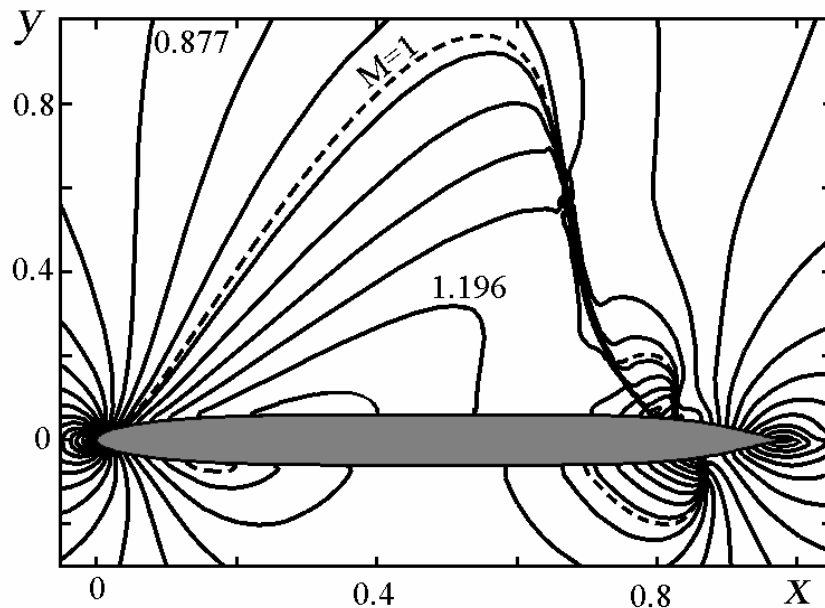
С увеличением угла атаки α разрыв между верхней и боковыми частями поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ изменяется незначительно. При $\alpha \geq 0.8^\circ$ скачкообразный переход между верхней и левой ее частями вызван иным видом неустойчивости, который не связан с расщеплением местной сверхзвуковой зоны на верхней стороне профиля при уменьшении M_∞ .

В частности, при фиксированном $\alpha=0.8^\circ$ и постепенном уменьшении M_∞ от 0.81 до 0.8029 происходит уменьшение размеров сверхзвуковой зоны на верхней стороне профиля и формирование дозвукового максимума скорости вблизи точки $x \approx 0.85$ (фиг. 5). При дальнейшем уменьшении M_∞ до 0.8026 развивается нестационарный переход, в результате которого система ударных волн в конце сверхзвуковой зоны сливается в одну ударную волну, сдвигающуюся в процессе релаксации еще дальше вверх по течению до координаты $x=0.60$. Это сопровождается формированием при $x \approx 0.85$ второй местной сверхзвуковой зоны, которая постепенно увеличивается в размерах и занимает участок профиля $0.80 < x < 0.87$.



Фиг. 4. Фрагмент поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$, расположенный в верхнем полупространстве $C_L > 0$;
а, б – два вида, соответствующие разным положениям точки наблюдения

При $\alpha=1^\circ$ и постепенном уменьшении M_∞ от 0.81 до 0.7985 происходит формирование небольшой второй сверхзвуковой зоны вблизи точки $x \approx 0.85$ на верхней стороне профиля. При дальнейшем уменьшении M_∞ до 0.7982 развивается нестационарный переход, подобный вышеописанному, при котором первая сверхзвуковая зона смещается вверх по течению, а вторая резко возрастает в размерах. Если же, напротив, увеличить M_∞ с 0.7982 до 0.7985, то качественная структура течения сохраняется из-за наличия гистерезиса по M_∞ и α . Однако



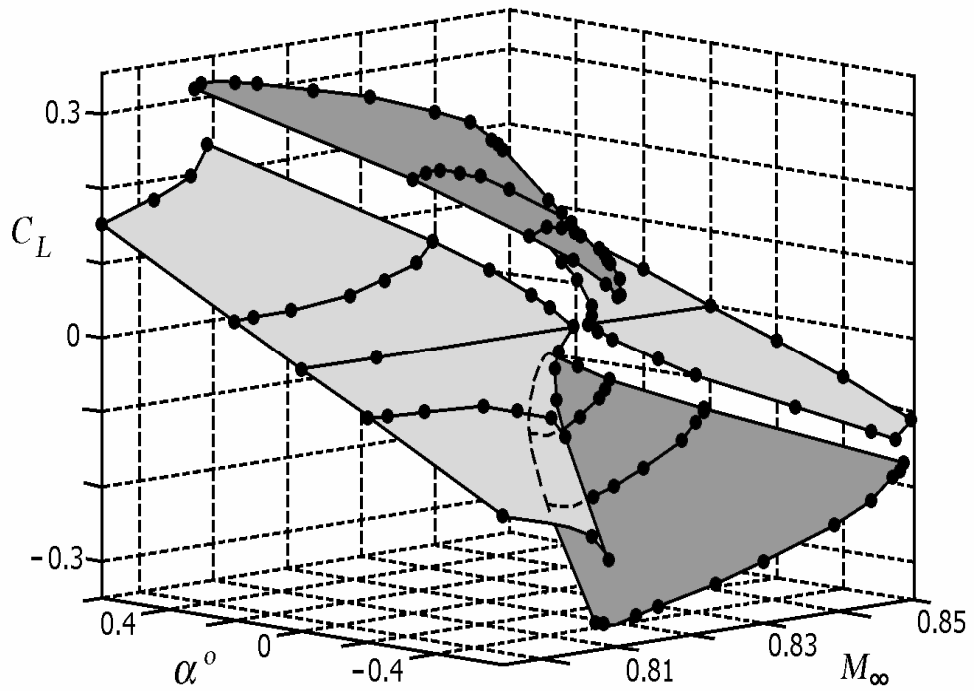
Фиг. 5. Обтекание профиля (1.1) при $M_\infty=0.8029$, $\alpha=0.8^\circ$: изолинии числа Маха

при увеличении M_∞ до 0.7988 развивается нестационарный переход, в результате которого первая сверхзвуковая зона на верхней стороне профиля резко смещается вниз по течению, а вторая зона существенно уменьшается в размерах. При дальнейшем увеличении M_∞ вторая сверхзвуковая зона сжимается в точку и исчезает.

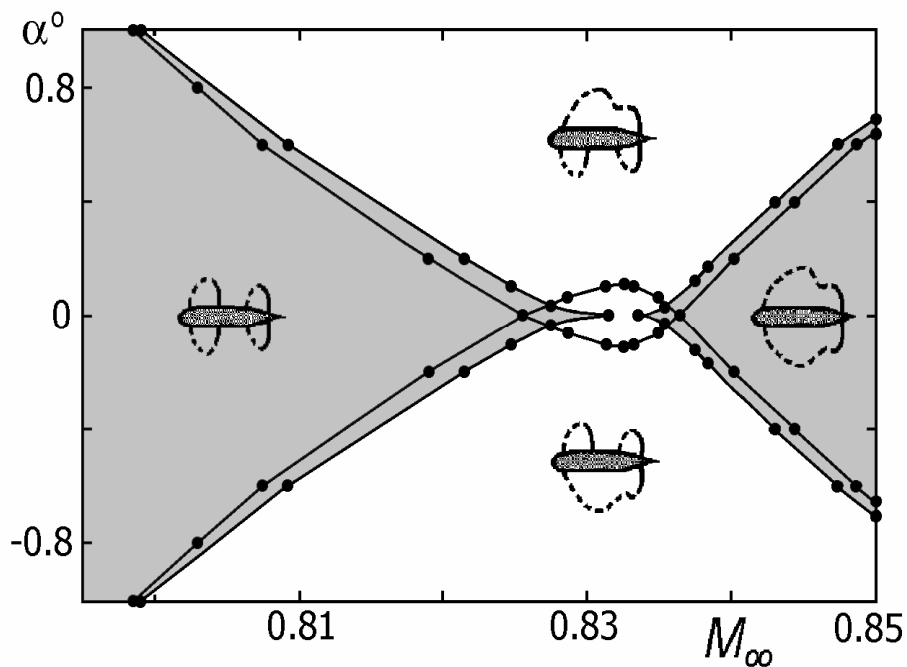
На фиг. 6 показан фрагмент поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ в полной окрестности нулевого угла атаки (как при $C_L > 0$, так и при $C_L < 0$). Нижняя часть этой поверхности построена по соотношению $C_L(-\alpha, M_\infty) = -C_L(\alpha, M_\infty)$, справедливому в силу симметрии профиля (1.1).

На фиг. 7 представлены бифуркационные кривые, полученные проецированием краев поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ на плоскость (α, M_∞) . Серым цветом выделены проекции левого и правого крыла этой поверхности, которые показывают границы устойчивости симметричного обтекания при возмущениях угла атаки. Как видно, симметричное обтекание неустойчиво при $|\alpha| > 0.05$ в диапазоне $0.827 \leq M_\infty \leq 0.836$ (который на фиг. 2 выделен штриховыми линиями), то есть в интервале числа Маха длиной 0.009.

Сравнение с результатами, полученными в [4, 5], показывает, что в данном случае длина интервала неединственности (2.1), так же как и максимальное значение C_L , больше, чем для профилей семейства (1.1) с $m=10$ и $m=12$. Это объясняется уменьшением кривизны профиля вблизи его середины при увеличении m , что обуславливает больший эффект структурной неустойчивости. В то же время длина интервала неединственности (2.1), так же как и максимальное значение C_L , здесь меньше, чем для профиля с прямолинейной средней частью [8].

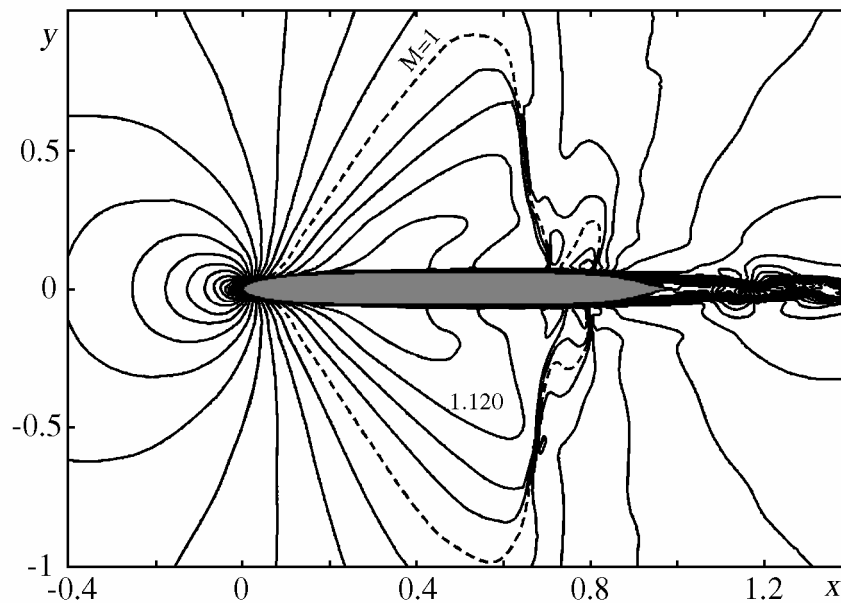


Фиг. 6. Фрагмент поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$, расположенный в верхнем и нижнем полупространстве



Фиг. 7. Бифуркационные кривые, полученные проецированием краев поверхности, представленной на фиг. 6, на плоскость (α, M_∞) .

Пересечение поверхности $C_L(\alpha, M_\infty)$ плоскостью $M_\infty = \text{const}$ дает график зависимости C_L от α , который, как видно из фиг. 6 и 7, имеет три ветви, кроме малой окрестности сингулярного значения $M_s = 0.8325$, где средняя ветвь (соответствующая серой области на фиг. 7) исчезает. Для чисел Маха из диапазона (2.1) верхняя и нижняя ветви графика $C_L(\alpha)$ имеют пересекающиеся интервалы определения на оси α , что означает наличие гистерезиса по углу атаки. Ширина этого гистерезиса может быть больше или меньше ширины средней ветви в зависимости от M_∞ . Поэтому при изменении α могут осуществляться переходы C_L непосредственно с верхней ветви на нижнюю и наоборот, или же в качестве промежуточного шага может участвовать средняя ветвь графика. Вне диапазона (2.1), как видно из фиг. 7, зависимость C_L от α при фиксированном M_∞ имеет гистерезис в двух непересекающихся интервалах оси α . В целом поведение $C_L(\alpha)$ аналогично установленному в [6] для профиля с $m=12$.



Фиг. 8 . Нестационарное обтекание профиля (1.1) вязким потоком при $M_\infty=0.842$, $\alpha=0$: изолинии числа Маха.

4. Обтекание профиля (1.1) с учетом вязкости потока. Учет турбулентного пограничного слоя на профиле приводит к смещению чисел Маха, при которых возникают неустойчивости и бифуркации, в сторону больших значений. При этом наблюдаются автоколебания следа, сформировавшегося в результате отрыва пограничных слоев от верхней и нижней сторон профиля вследствие резкого уменьшения его толщины при $x \approx 0.9$. Кроме того, происходит, как правило, возбуждение низкочастотных колебаний ударных волн на профиле.

В качестве примера на фиг. 8 представлена картина обтекания профиля (1.1) в некоторый момент времени после развития колебаний при исходных данных $\alpha=0$, $M_\infty=0.842$ и $Re = 10^6$. Начальные условия соответствовали точке $M_\infty=0.836$ ветви 4 графика, представленного на фиг. 2. В расчетах был получен нестационарный режим, в котором колебания следа имеют наибольшую амплитуду в интервале $1.1 < x < 1.3$. Возмущения, исходящие от следа, при этом распространяются вверх по течению, достигают ударных волн, расположенных на профиле, и сложным образом взаимодействуют с ними. Частота колебаний следа в несколько десятков раз превышает частоту колебаний ударных волн. Последние осуществляются в противофазе на верхней и нижней сторонах профиля и сопровождаются поочередным формированием

вторичных сверхзвуковых зон около координаты $x \approx 0.80$ на обеих сторонах профиля. Эти сверхзвуковые зоны с течением времени увеличиваются в размерах, смещаются вверх по течению и сливаются с первичными сверхзвуковыми зонами.

5. Заключение. Показано, что при невязком обтекании профиля (1.1) коэффициент подъемной силы может изменяться скачком при непрерывном изменении угла атаки или числа Маха натекающего потока. Установлены линии разрывов и ветвления решений на плоскости (M_∞, α) .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kuz'min A.G. Interaction of a shock wave with the sonic line // IUTAM Symp. Transsonicum IV. Dordrecht: Kluwer, 2003. pp. 13–18.
2. Кузьмин А.Г., Иванова А.В. Неустойчивые режимы невязкого трансзвукового течения в канале // Математическое моделирование. 2004. Т. 16, № 10, с. 35–40.
3. Kuz'min A.G., Ivanova A.V. The structural instability of transonic flow associated with amalgamation/splitting of supersonic regions // J. of Theoretical and Computational Fluid Dynamics, Springer. 2004. V. 18. № 5, с. 335-344.
4. Иванова А.В., Кузьмин А.Г. Неединственность трансзвукового обтекания аэродинамического профиля // Известия АН. Сер. "Механика жидкости и газа". 2004. № 4, с. 152–159.
5. Семенов Д.С. Неустойчивые режимы трансзвукового обтекания аэродинамического профиля // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. № 11, с. 101–106.
6. Kuz'min A.G. Instability of transonic flow over airfoils at singular freestream Mach numbers // Proc. ECCOMAS 2004. Eds.: P. Neittaanmaki, T. Rossi, K. Majava, and O. Pironneau. 8 p. 2004.
7. Кузьмин А.Г., Иванова А.В. Структурная неустойчивость трансзвукового течения около аэродинамического профиля // Инженерно-физич. журн. 2004. Т. 77. № 5, с. 144–148.
8. Hafez M.M., Guo W.H. Nonuniqueness of transonic flows // Acta mech. 1999. V. 138. № 3-4, pp. 177–184.
9. Peyret R., Taylor T.D. Computational methods for fluid flow. Springer. 1990. 358 p.
10. Mohammadi B. Fluid dynamics computation with NSC2KE: an user-guide, release 1.0. INRIA Techn. Report. 1994. RT-0164. 71 p.
11. Delanae M., Geuzaine Ph., Essers J.A. Development and application of quadratic reconstruction schemes for compressible flows on unstructured adaptive grids // AIAA Paper. 1997. № 97-2120, pp 250 - 260.

С-Петербург - Москва
Сентябрь 2005 г.