

ОЦЕНКА ПРЕИМУЩЕСТВ НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ РАСЧЕТЕ ТЕЧЕНИЙ В КАНАЛАХ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

АННОТАЦИЯ

Приведен ряд примеров (установившееся течение несжимаемой жидкости в канале квадратного сечения, течение в прямоугольном диффузоре, сверхзвуковое течение на начальном участке канала квадратного сечения), иллюстрирующих принципиальную ограниченность линейных моделей турбулентной вязкости и существенные преимущества нелинейных моделей турбулентности при расчете турбулентных течений в каналах прямоугольного сечения.

1. ВВЕДЕНИЕ

Характерной особенностью турбулентных течений в каналах прямоугольного сечения является наличие так называемых вторичных токов, то есть циркуляционного течения в плоскостях, перпендикулярных направлению основного потока. Несмотря на то, что скорость вторичных токов невысока (составляет несколько процентов от скорости основного потока), они оказывают достаточно сильное влияние на характеристики основного течения и, в частности, на сопротивление канала и теплообмен на его стенках.

Причиной возникновения вторичных токов является анизотропия нормальных рейнольдсовых напряжений. Поэтому линейные модели турбулентности, основанные на гипотезе Буссинеска, предполагающей изотропию этих напряжений, принципиально не способны описать данное явление. В связи с этим, для расчета течений с вторичными токами, строго говоря, необходимо привлекать более сложные модели турбулентности, выходящие за рамки гипотезы Буссинеска. К их числу относятся дифференциальные и алгебраические модели рейнольдсовых напряжений (DRSM и ARSM) и нелинейные модели турбулентной вязкости. К сожалению, вычислительные затраты, требуемые для реализации наиболее полных из этих моделей, DRSM, оказываются весьма значительными, что ограничивает возможность их применения для параметрических численных исследований, необходимых для оптимизации технических устройств, содержащих каналы прямоугольного сечения. С другой стороны, более экономичные ARSM и нелинейные модели турбулентной вязкости могут оказаться недостаточно точными для этих целей. В связи с этим, оценка возможностей таких моделей применительно к расчету течений в каналах прямоугольного сечения, составляющая цель данной работы, является важной практической задачей.

2. МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Для анализа были выбраны две нелинейные модели турбулентности, построенные на основе наиболее популярных линейных моделей – модели переноса турбулентной вязкости Спаларта-Аллмараса (SA) [1] и $k-\omega$ модели Ментера [2].

Первая из них является квадратичной формой SA модели (SA QCR [3]) и может быть представлена в виде

$$\overline{u'_i u'_j} = -2\nu_t S_{ij} - C_{cr1} \frac{4\nu_t}{\sqrt{(S^2 + \Omega^2)}/2} (S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}),$$

где $\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$, $\Omega_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j - \partial u_j / \partial x_i)$,

$$S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i) - \frac{1}{3}\partial u_k / \partial x_k \delta_{ij},$$

ν_t – турбулентная вязкость, рассчитанная по линейной SA модели, а C_{cr1} – эмпирическая константа равная 0.3.

Вторая модель – WJ BSL EARSM [4] относится к группе явных алгебраических моделей рейнольдсовых напряжений. В рамках данной модели эти напряжения определяются соотношением:

$$\overline{u'_i u'_j} = k(\beta_1 T_{1,ij} + \beta_3 T_{3,ij} + \beta_4 T_{4,ij} + \beta_6 T_{6,ij} + \frac{2}{3} \delta_{ij})$$

$$\text{Здесь } T_{1,ij} = \tau S_{ij}, \quad T_{3,ij} = \tau^2 [S_{ik} \Omega_{kj} - \frac{1}{3} II_{\Omega} \delta_{ij}],$$

$$T_{4,ij} = \tau^2 [S_{ik} \Omega_{kj} - \Omega_{ik} S_{kj}],$$

$$T_{6,ij} = \tau^3 [S_{ik} \Omega_{kl} \Omega_{lj} + \Omega_{ik} \Omega_{kl} S_{ij} - \frac{2}{3} IV \delta_{ij} - II_{\Omega} S_{ij}],$$

а тензорные инварианты II_S , II_{Ω} , IV , коэффициенты β_i и масштаб времени τ определяются по формулам

$$II_S = \tau^2 S_{ij} S_{ji}, \quad II_{\Omega} = \tau^2 \Omega_{ij} \Omega_{ji}, \quad IV = \tau^2 S_{ik} \Omega_{kj} \Omega_{ji},$$

$$\beta_1 = -\frac{N}{Q}, \quad \beta_3 = -\frac{2IV}{NQ_1}, \quad \beta_4 = -\frac{1}{Q}, \quad \beta_6 = -\frac{N}{Q_1},$$

$$Q = (N^2 - 2II_{\Omega})/A_1, \quad Q_1 = Q(2N^2 - II_{\Omega})/6,$$

$\tau = 1/(C_{\mu}\omega)$, где N – вещественный корень кубического уравнения

$$N^3 - C'_1 N^2 - (2.7 \cdot II_S + 2 \cdot II_{\Omega})N + 2C'_1 II_{\Omega} = 0.$$

Кинетическая энергия турбулентности и удельная скорость ее диссипации k и ω , входящие в эти соотношения, определяются с использованием линейной BSL модели Ментера [2].

Эмпирические константы модели равны:

$$A_1 = 1.245 \text{ и } C'_1 = 2.25(C_1 - 1), \quad C_1 = 1.8.$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Все представленные ниже расчеты выполнены в рамках трехмерных стационарных уравнений Рейнольдса. Расчеты с использованием SA QCR модели проводились с помощью NTS кода [5], а расчеты с использованием WJ BSL EARSМ – с помощью коммерческого кода ANSYS FLUENT [6] (предварительные расчеты с использованием линейных моделей показали, что результаты, полученные с помощью обоих кодов, практически совпадают между собой). Для всех рассмотренных примеров были выполнены исследования зависимости получаемых решений от размеров используемых сеток. Из-за ограниченного объема статьи мы не приводим в ней результаты этих исследований и детали используемых вычислительных сеток. Отметим только, что все приводимые результаты являются практически сеточно-независимыми.

3.1. Установившееся течение несжимаемой жидкости в канале квадратного сечения.

Данное течение представляет собой наиболее простой пример течений рассматриваемого класса. Его расчеты были выполнены с использованием как линейных (SA и SST), так и нелинейных (SA QCR и WJ BSL EARSМ) моделей, а в качестве эталона использовались результаты DNS данного течения при значении числа Рейнольдса, построенного по длине ребра сечения канала $2h$ и динамической скорости $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$, $Re_\tau = 1200$ [7]. Полученные результаты свидетельствуют о том, что обе рассматриваемые нелинейные модели позволяют с приемлемой точностью определить характеристики вторичных токов и, в результате, обеспечивают значительно лучшее предсказание профиля скорости основного течения, чем линейные модели (см. рис. 1).

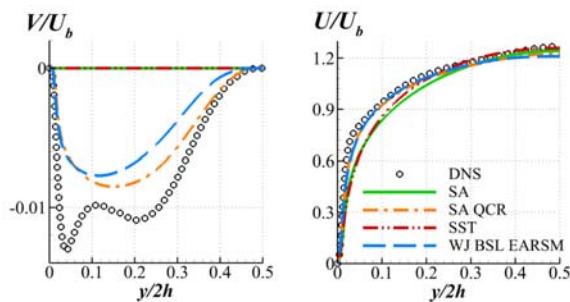


Рис. 1. Сравнение безразмерных профилей продольной и поперечной скорости вдоль диагонали канала, рассчитанных с использованием линейных и нелинейных моделей, с результатами DNS [7].

3.2. Течение несжимаемой жидкости в несимметричном прямоугольном диффузоре

Экспериментальное исследование течения воды в таком диффузоре [8, 9] (см. рис. 2) выполнено при значении числа Рейнольдса, построенного по среднерасходной скорости на входе $U_b = 1$ м/с и высоте канала $H = 1$ см, равном 10^4 . Вверх по потоку от диффузора в эксперименте был расположен

длинный прямоугольный канал, так что течение на входе в диффузор является развитым. При проведении расчетов число Прандтля воды полагалось равным 6.89.

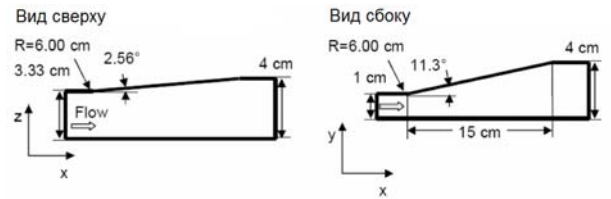


Рис. 2. Конфигурация диффузора [8, 9]

В качестве температурных граничных условий на твердых стенках задавалась постоянная температура ($T_w = 290$ К), а температура воды на входе в диффузор T_0 полагалась равной 300К.

Как показано в [8], данное течение характеризуется наличием обширной зоны отрыва, положение и размеры которой могут быть крайне чувствительны к формирующимся в диффузоре вторичным токам. В связи с этим роль используемой в расчете модели турбулентности может оказаться особенно важной. Это полностью подтверждается результатами расчетов, полученными в настоящей работе.

На рис. 3а представлено сравнение распределений коэффициента давления C_p вдоль средней линии нижней поверхности диффузора, рассчитанных с использованием различных моделей турбулентности, с соответствующим экспериментальным распределением. Как видно из этого рисунка, различие предсказаний этой наиболее важной в практическом отношении характеристики диффузора разными моделями турбулентности очень велико. При этом наилучшее согласование с экспериментом достигается при использовании модели WJ BSL EARSМ, однако и в этом случае, рассогласование остается весьма значительным.

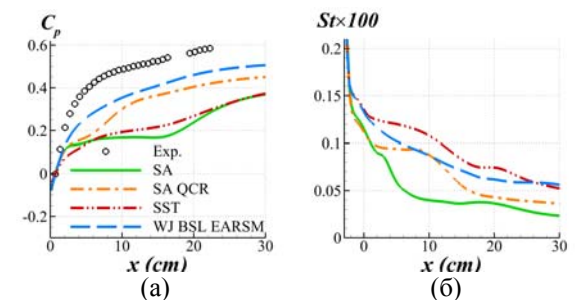


Рис. 3. Сравнение расчетных и экспериментальных [9] распределений коэффициента давления и расчетные распределения числа Стэнтона вдоль средней вдоль средней линии нижней стенки диффузора ($y = 0$).

Причины столь сильной чувствительности результатов расчета к используемой модели турбулентности становятся ясными из рис. 4. На нем представлены соответствующие расчетные и экспериментальные поля продольной составляющей вектора скорости в поперечном сечении диффузора $x = 8$ см. Видно, что все модели, за исключением WJ BSL EARSМ, качественно неверно предсказы-

вают положение и форму зоны отрыва, а также завышают максимально значение скорости. Неудивительно, что в результате не менее значительным оказывается различие полей температуры в диффузоре (рис. 5) и интенсивности теплообмена на его стенках (рис. 3б), рассчитанных с использованием различных моделей турбулентности.

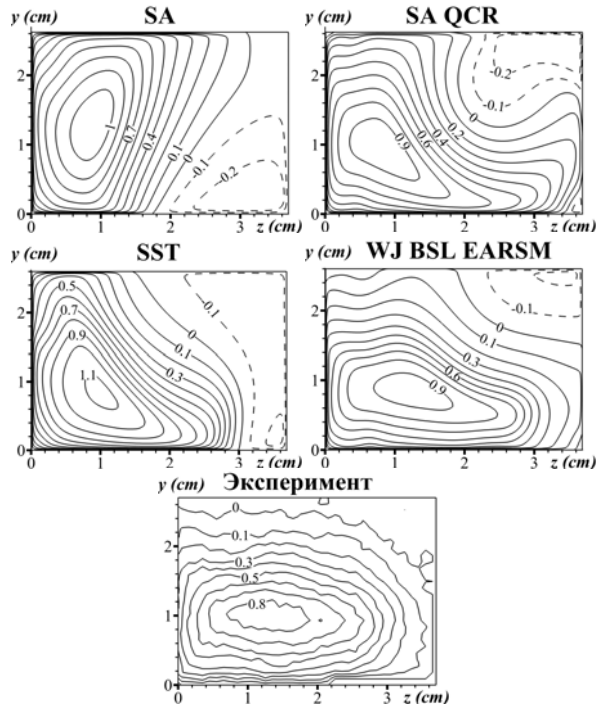


Рис. 4. Сравнение полей продольной безразмерной составляющей скорости U/U_b в сечении $x = 8$ см, рассчитанных с использованием различных моделей турбулентности, с экспериментальными данными [8]

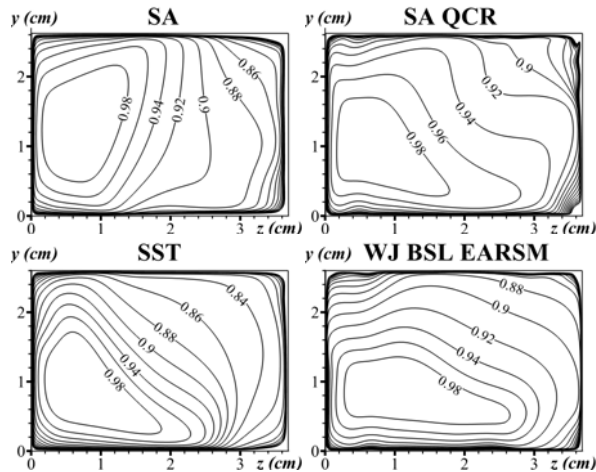


Рис. 5. Поля безразмерной температуры $(T-T_w)/(T_0-T_w)$, рассчитанные с использованием различных моделей турбулентности в сечении $x = 8$ см

Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что хотя нелинейные модели и не решают всех проблем, связанных с расчетом сложных отрывных течений в диффузорах прямоугольного сечения, они заметно превосходят по точности линейные модели.

3.3. Сверхзвуковое течение воздуха на начальном участке квадратного канала.

Расчет данного течения проводился при условиях, соответствующих экспериментальному исследованию [10]. Число Рейнольдса, построенное по высоте канала D и скорости на его входе U_0 , составляло $5.08 \cdot 10^5$, а число Маха на входе равнялось 3.9. Давление и температура торможения на входе в канал p_s и T_s были равны 416 кПа и 300 К соответственно. При проведении расчетов число Прандтля воздуха полагалось равным 0.71, а показатель адиабаты 1.41. Длина расчетной области составляла $52D$. При этом с учетом условий симметрии расчет проводился в четверти канала. Стенки канала в соответствии с условиями эксперимента считались теплоизолированными.

Результаты, полученные при расчете данного течения с использованием как линейных, так и нелинейных моделей турбулентности, представлены на рис. 6-9. В частности, на рис. 6 показаны расчетные распределения скорости и температуры вдоль центральной линии канала. Из него видно, что вплоть до сечения $x/D = 30$ эти распределения практически совпадают между собой ("волнистость" этих распределений связана с наличием в окрестности входа в канал системы косых скачков уплотнения). Однако далее вниз по потоку результаты нелинейных моделей начинают все более и более отклоняться от соответствующих результатов линейных моделей, и существенно лучше согласуются с экспериментом. Это очевидно связано с тем, что вторичные токи, не учитываемые в рамках линейных моделей, формируются постепенно и не оказывают существенного влияния на основное течение на оси при относительно малых расстояниях от входного сечения канала.

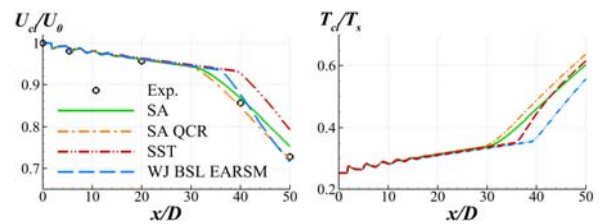


Рис. 6. Сравнение расчетных и экспериментальных распределений скорости U_{cl} и расчетные распределения температуры T_{cl} вдоль центральной линии канала

Указанный недостаток линейных моделей хорошо виден также из сравнения расчетных и экспериментальных полей полного давления в сечении $x/D = 40$ (рис. 7): неспособность учета ими вторичных токов приводит к искажению формы изолиний полного давления и занижению его значения вблизи углов канала, где интенсивность этих токов максимальна. В противоположность этому, благодаря учету вторичных токов, нелинейные модели обеспечивают значительно лучшее согласование результатов расчета с экспериментом, даже несмотря на то, что предсказываемая ими интенсивность вторичных токов оказывается несколько занижен-

ной (см. рис. 8). Не менее значительным оказывается преимущество нелинейных моделей перед линейными и при расчете коэффициента трения и температуры теплоизолированных стенок канала (см. рис. 9).

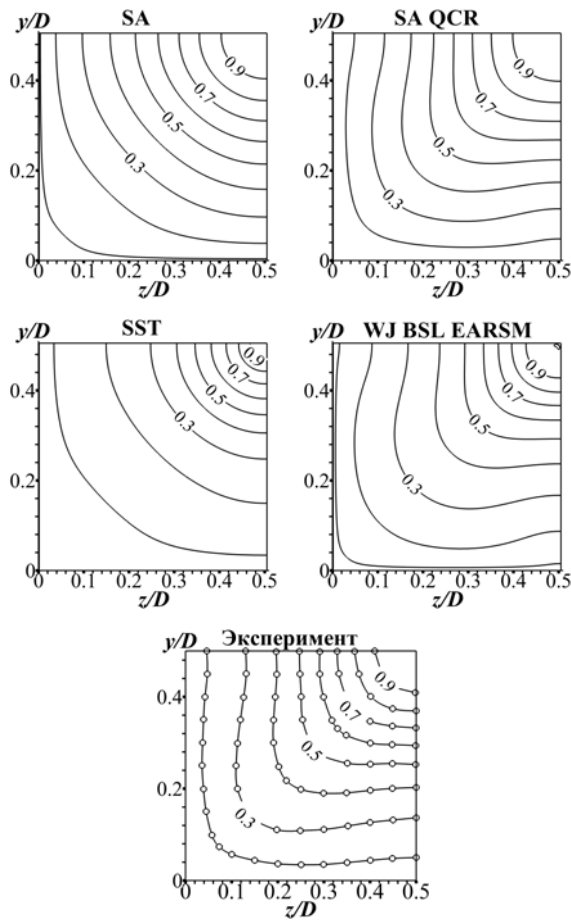


Рис. 7. Сравнение расчетных полей давления торможения, отнесенных к значению на оси, $P_t/P_{t,cl}$ в сечении $x/D = 40$ с экспериментом [10]

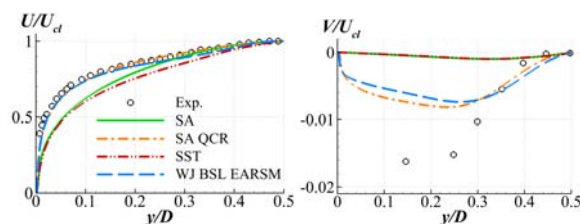


Рис. 8. Сравнение расчетных профилей скорости в сечении $x/D=40$ на диагонали с экспериментом [10]

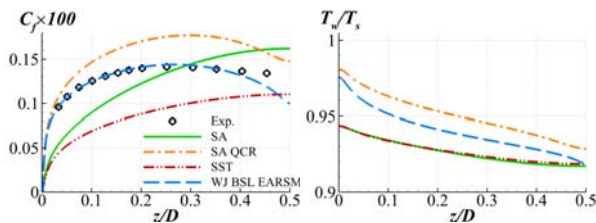


Рис. 9. Сравнение расчетных и экспериментальных [10] распределений коэффициента трения и расчетные распределения безразмерной температуры теплоизолированной стенки вдоль стенки канала в сечении $x/D = 40$

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в работе примеры расчетов турбулентных течений в каналах прямоугольного сечения свидетельствуют о существенном вкладе вторичных токов, формирующихся в таких каналах вследствие анизотропии реинольдсовых напряжений, в интегральный перенос импульса и тепла. В результате, использование для расчета данного класса течений линейных моделей турбулентности, хорошо зарекомендовавших себя при расчете гидродинамики и теплообмена во многих других достаточно сложных случаях, приводит к недопустимо большим погрешностям. В то же время, даже сравнительно простые нелинейные модели турбулентности [3, 4] позволяют значительно повысить точность расчета течений рассматриваемого класса за счет открываемой ими возможности учета вторичных токов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Spalart, P.R., Allmaras, S.R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. AIAA Paper, 92-0439
2. Menter, F. R. Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows. AIAA Paper, 93-2906.
3. Spalart, P.R. Strategies for turbulence modelling and simulations. International J. of Heat and Fluid Flow, 2000, 21(3), pp. 252–263.
4. Menter, F. R., Garbaruk, A. V., Egorov, Y. Explicit Algebraic Reynolds Stress Models for Anisotropic Wall-Bounded Flows. Proceedings of 3rd European Conference for Aero-Space Sciences (EUCASS 3), 2009.
5. Strelets, M. Kh. Detached Eddy Simulation of Massively Separated Flows. AIAA Paper, 2001-0879.
6. Mathur S.R., Murthy J.Y. A pressure-based method for unstructured meshes. Numerical Heat Transfer. 1997. Vol. 32. P. 195–215
7. Raiesi, H., Piomelli, U., Pollard, A. Evaluation of Turbulence Models Using Direct Numerical and Large-Eddy Simulation Data. J. of Fluids Engineering, 2011, 133(2).
8. Cherry, E.M., Elkins, C.J., Eaton, J.K. Geometric sensitivity of three-dimensional separated flows. International J. of Heat and Fluid Flow, 2008, 29 (3), pp.803–811.
9. Cherry, E.M., Elkins, C.J., Eaton, J.K. Pressure measurements in a three-dimensional separated diffuser. International J. of Heat and Fluid Flow, 2009, 30 (1).
10. Davis, D., Gessner, F. Further Experiments on Supersonic Turbulent Flow Development in a Square Duct, AIAA J., 1989, 27(8), p. 1023